

## Millikan-Experiment

### BESTÄTIGUNG DES WERTES DER ELEMENTARLADUNG MIT HILFE GELADENER ÖLTRÖPFCHEN NACH MILLIKAN

- Erzeugung und Auswahl geeigneter geladener Öltröpfchen und Beobachtung im elektrischen Feld.
- Messung der Steiggeschwindigkeit im elektrischen Feld und der Sinkgeschwindigkeit ohne elektrisches Feld.
- Bestätigung des Wertes der Elementarladung.

UE5010400

08/16 UD



Fig. 1: Millikan-Apparat.

### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Robert Andrews Millikan gelang es in den Jahren 1910 bis 1913, die Elementarladung mit einer bis dahin unerreichten Genauigkeit zu bestimmen und damit die Ladungsquantelung zu bestätigen. Er erhielt dafür den Nobelpreis für Physik. Das nach ihm benannte Experiment beruht auf der Messung der Ladungsmenge geladener

Öltröpfchen, die in Luft im elektrischen Feld eines Plattenkondensators steigen und ohne elektrisches Feld sinken. Der von ihm ermittelte Wert  $e = (1,592 \pm 0,003) \cdot 10^{-19}$  C weicht nur um 0,6% von dem heute bekannten Wert ab.

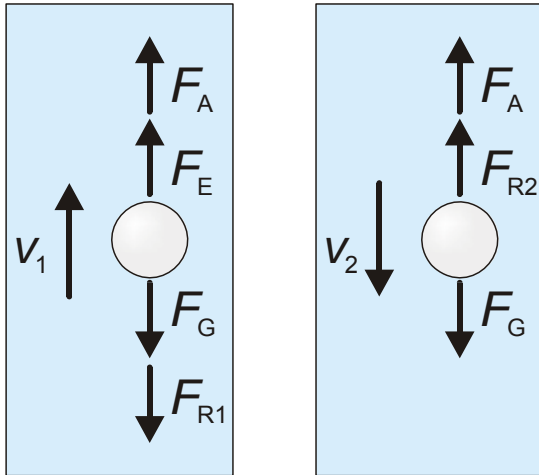


Fig. 2: Schematische Darstellung der Kräftebilanz für das Steigen eines Öltröpfchens im elektrischen Feld (links) und das Sinken ohne elektrisches Feld (rechts).

Die Kräfte, die auf ein Öltröpfchen wirken, das als kugelförmig angenommen wird und sich in Luft im elektrischen Feld eines Plattenkondensators befindet (Fig. 2), sind die Gewichtskraft,

$$(1) F_G = m_2 \cdot g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \rho_2 \cdot g,$$

$m_2$ : Masse des Öltröpfchens,  $r_0$ : Radius des Öltröpfchens,  $\rho_2$ : Dichte des Öls,  $g$ : Fallbeschleunigung

die Auftriebskraft in Luft,

$$(2) F_A = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \rho_1 \cdot g,$$

$\rho_1$ : Dichte der Luft

die Kraft im elektrischen Feld  $E$ ,

$$(3) F_E = q_0 \cdot E = \frac{q_0 \cdot U}{d},$$

$q_0$ : Ladung des Öltröpfchens,  $U$ : zwischen den Kondensatorplatten anliegende elektrische Spannung,  $d$ : Abstand der Kondensatorplatten

und die Stokes'sche Reibungskraft

$$(4) F_{R1,2} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_{1,2}.$$

$\eta$ : Viskosität der Luft,  $v_1$ : Steiggeschwindigkeit,  $v_2$ : Sinkgeschwindigkeit

Beim Steigen des Öltröpfchens im elektrischen Feld herrscht das Kräftegleichgewicht (Fig. 2)

$$(5) F_G + F_{R1} = F_E + F_A$$

und beim Sinken ohne elektrisches Feld

$$(6) F_G = F_{R2} + F_A.$$

Daraus folgt für den Radius und die Ladung des Öltröpfchens:

$$(7) r_0 = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{\eta \cdot v_2}{(\rho_2 - \rho_1) \cdot g}}$$

und

$$(8) q_0 = \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot d \cdot (v_1 + v_2)}{U} \cdot r_0.$$

Sehr kleine Radien  $r_0$  liegen in der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle, so dass die Stokes'sche Reibungskraft korrigiert werden muss. Für den korrigierten Radius  $r$  und die korrigierte Ladung  $q$  ergibt sich dann:

$$(9) r = \sqrt{r_0^2 + \frac{A^2}{4}} - \frac{A}{2} \text{ mit } A = \frac{b}{\rho}$$

$b = 82 \mu\text{m} \cdot \text{hPa} = \text{konstant}$ ,  $\rho$ : Luftdruck

$$(10) q = q_0 \cdot \left(1 + \frac{A}{r}\right)^{-1.5}.$$

### GERÄTELISTE

1	Millikan-Apparat @230V	1018884 (U207001-230)
	oder	
1	Millikan-Apparat @115V	1018882 (U207001-115)

### INBETRIEBNAHME

- Millikan-Apparat an einem ebenen Experimentierplatz aufstellen.
- Vertikalsteller im Uhrzeigersinn bis zum Anschlag drehen (Fig. 3).
- Messmikroskop bis zum Anschlag auf den Stativstab schieben und mit der Rändelschraube an der Unterseite fixieren.
- Messmikroskop mittels der Fokussiertriebe ganz nach vorne fahren und mit Hilfe des Vertikalstellers grob auf das Beobachtungsfenster in der Experimentierkammer ausrichten.
- Abdeckhaube der Experimentierkammer abnehmen, Libelle auf die obere Platte des Plattenkondensators setzen und horizontale Ausrichtung mit Hilfe der Stellfüße optimieren.

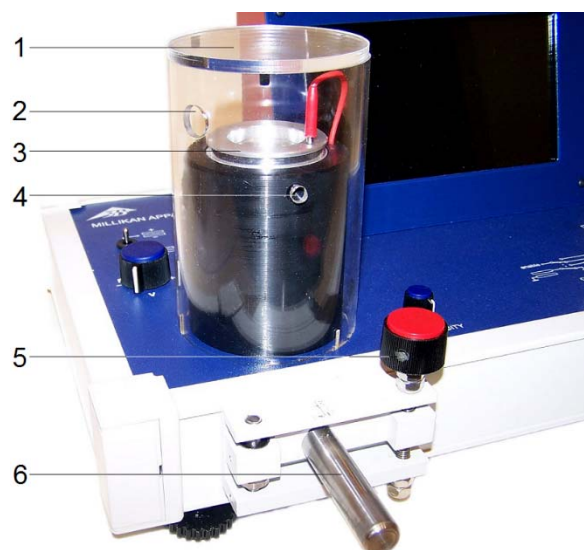


Fig. 3 Experimentierkammer: 1 Abdeckhaube, 2 Aufnahme für Ölzerstäuber, 3 obere Kondensatorplatte, 4 Beobachtungsfenster, 5 Vertikalsteller für Mikroskopkopf, 6 Stativstab für Messmikroskop.

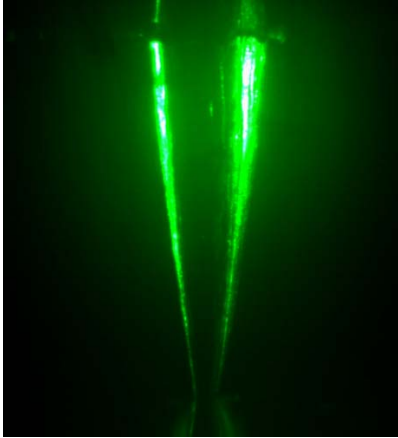


Fig.4 Blick durch das Messmikroskop auf die scharf gestellte Justiernadel.

- Justiernadel durch das Loch in der oberen Platte des Plattenkondensators stecken und das Mikroskop auf die Nadel scharf stellen (Fig. 4). Dazu geeignete Lichtintensität wählen und die Höhe des Messmikroskops mittels des Vertikalstellers nachjustieren.
- Justiernadel entfernen und die Abdeckhaube der Experimentierkammer wieder aufsetzen.
- Ölzerstäuber etwa zur Hälfte mit Millikan-Öl befüllen und vorsichtig in die Aufnahme an der Experimentierkammer einsetzen.

## DURCHFÜHRUNG

### Start der Anzeige- und Bedieneinheit

- Millikan-Apparat über das Steckernetzgerät ans Netz anschließen.

Die Anzeige- und Bedieneinheit ist nach Anschluss des Millikan-Apparates sofort betriebsbereit.

- Auf die Schaltfläche „Wählen“ klicken, um in das Sprachauswahlmenü zu gelangen.
- Die gewünschte Sprache durch Anklicken der entsprechenden Schaltfläche auswählen und durch Anklicken der Schaltfläche „Eingeben“ bestätigen. Man gelangt automatisch zurück in das Hauptmenü.
- Im Hauptmenü die Schaltfläche „Weiter“ anklicken, um ins Messmenü zu gelangen.

### Optimierung der Lichtintensität

- Durch das Messmikroskop in die Messzelle (den Raum zwischen den Kondensatorplatten) schauen und eine geeignete Lichtintensität einstellen. Ggf. die Lichtintensität während der Messung anpassen.

### Erzeugung, Auswahl und Beobachtung geladener Öltröpfchen

- Durch einmaliges kurzes, kräftiges Zusammendrücken des Gebläseballs geladene Öltröpfchen erzeugen und in die Messzelle sprühen.

### Hinweis:

Der zufällige Ladungszustand der so erzeugten geladenen Öltröpfchen wird im Folgenden nicht mehr von außen beeinflusst. Der Millikan-Apparat kommt dadurch ohne radioaktive Strahlungsquelle aus. Wie im Millikan'schen Aufbau werden die Öltröpfchen von oben in die Experimentierkammer und insbesondere in die Messzelle eingebracht.

- Warten, bis geeignete Öltröpfchen in der Messzelle erscheinen. Dies kann einige Sekunden dauern.
- Aus den sichtbaren Öltröpfchen eines auswählen, das langsam sinkt (ungefähr 0,025 – 0,1 mm/s).
- Ggf. Scharfstellung des Mikroskops nachregeln.

### Allgemeine Hinweise:

Ziel ist es, eine kleine Anzahl einzelner Öltröpfchen zu erzeugen, keine große Wolke, aus der ein Öltröpfchen ausgewählt wird. Mehrmaliges Zusammendrücken des Gebläseballs führt dazu, dass zu viele Öltröpfchen in die Messzelle gelangen, insbesondere in den Bereich vor dem Fokus des Messmikroskops. Dort beeinträchtigen sie die Beobachtung von Öltröpfchen, die sich im Fokus befinden.











Ein geeignetes Öltröpfchen, erscheint als hell leuchtender Punkt im Fokus des Messmikroskops.

Wenn zu viel Öl in die Messzelle gelangt ist, muss sie gereinigt werden. Befinden sich auch nach wiederholtem Zusammendrücken des Gebläseballs keine Öltröpfchen in der Messzelle, kann die Öffnung in der oberen Kondensatorplatte verstopft sein und muss gereinigt werden.

### Messung nach der Steigmethode

- Polarität der Spannung  $U$  wählen, z.B. obere Platte „+“, untere Platte „-“.
- Eventuell gespeicherte Zeiten  $t_1$  und  $t_2$  durch „Reset“ auf Null setzen.
- Geeignetes Öltröpfchen, wie oben beschrieben, erzeugen, beobachten und auswählen.
- Schalter  $U$  auf ON stellen. Eine Spannung  $U$  einstellen, so dass das Öltröpfchen langsam über eine vorgewählte erste Skalenposition im oberen Bereich der Messzelle hinaus steigt.
- Wenn das Öltröpfchen für die vorgewählte Polarität sinkt, die umgekehrte Polarität wählen.
- Schalter  $U$  auf OFF stellen, dadurch das Öltröpfchen wieder sinken lassen.
- Schalter  $t$  auf ON stellen, sobald das Öltröpfchen wieder die erste Position erreicht hat, und dadurch Zeitmessung  $t_2$  starten.
- Schalter  $U$  auf ON stellen, sobald das Öltröpfchen eine vorgewählte zweite Skalenposition im unteren Bereich der Messzelle erreicht hat, dadurch das Öltröpfchen steigen lassen. Die Zeitmessung  $t_2$  stoppt und die Zeitmessung  $t_1$  startet automatisch.
- Schalter  $t$  auf OFF stellen, sobald das Öltröpfchen wieder die erste Position erreicht hat, und dadurch Zeitmessung  $t_1$  stoppen. Schalter  $U$  auf OFF stellen.
- Zeiten  $t_1$  und  $t_2$ , Spannung  $U$  („Previous V.“), Temperatur  $T$ , Viskosität  $\eta$  und Druck  $p$  im Display ablesen und zusammen mit der Polarität der Spannung und dem Abstand der beiden Skalenpositionen notieren.
- Messung möglichst oft für verschiedene Öltröpfchen wiederholen.

Tab. 1: Aus den Messwerten bestimmte Ladungen  $q_i$  von zehn unterschiedlichen Öltröpfchen und daraus ermittelte Werte  $\epsilon_i$  für die Elementarladung.

$i$	$t_{1i}$ s	$t_{2i}$ s	$U_i$ V	Polarität	$r_i$ $\mu\text{m}$	$q_i$ $10^{-19}\text{ C}$	$\Delta q_i$ $10^{-19}\text{ C}$	$n_i$	$\epsilon_i$ $10^{-19}\text{ C}$	$\Delta \epsilon_i$ $10^{-19}\text{ C}$
1	12,426	13,780	107,0		0,81	-11,1	0,9	-7	1,59	0,13
2	14,414	17,433	109,4		0,71	-7,9	0,6	-5	1,58	0,12
3	13,604	9,053	292,6		1,00	-6,2	0,4	-4	1,55	0,10
4	13,641	23,631	190,9		0,61	3,5	0,2	2	1,75	0,10
5	10,502	14,858	246,1		0,78	4,9	0,3	3	1,63	0,10
6	14,203	21,674	110,9		0,64	6,3	0,5	4	1,58	0,13
7	9,814	10,228	279,4		0,94	6,6	0,4	4	1,65	0,10
8	13,813	16,824	120,4		0,73	7,6	0,6	5	1,52	0,12
9	9,936	16,380	112,1		0,74	10,2	0,8	6	1,70	0,13
10	13,184	12,214	124,5		0,86	10,6	0,8	7	1,51	0,11

### MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

#### Für die Auswertung relevante Parameter

Abstand $d$ der Kondensatorplatten:	3 mm
Wegstrecke $s$ (zwischen oberer Markierung 6 und unterer Markierung 4 auf der Okularskala):	1 mm
Viskosität der Luft $\eta$	$1,876 \cdot 10^{-5}\text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$
Dichte der Luft $\rho_1$ (25°C, 1013 hPa)	$1,184\text{ kg/m}^3$
Dichte des Öls $\rho_2$ (25°C)	$871\text{ kg/m}^3$
Fallbeschleunigung $g$	9,81 m/s
Luftdruck $p$	1014 hPa
Korrekturparameter $b$	$82\ \mu\text{m}\cdot\text{hPa}$
Korrekturparameter $A$	$8,1\ 10^{-8}\text{ m}$

#### Hinweis:

Viskosität und Luftdruck sind während der gesamten Messung konstant geblieben. Sollte dies nicht gewährleistet sein, z.B. bei der Durchführung mehrerer Messungen an verschiedenen Tagen, sind die Werte entsprechend für jede Einzelmessung zu berücksichtigen.

#### Messgenauigkeiten

Abstand der Kondensatorplatten, $\Delta d$ :	0,1 mm
Wegstrecke, $\Delta s$	50 $\mu\text{m}$
Zeit (quartzgesteuert), $\Delta t$	1 $\mu\text{s}$
Spannung, $\Delta U$ (0,5% vom Maximalwert 1000 V $\pm$ 5 Digits)	5,5 V

Die Messgenauigkeiten der Material-, Umgebungs- und Korrekturparameter sind nicht signifikant und können deshalb vernachlässigt werden.

Die größte Signifikanz besitzen die Genauigkeiten für den Abstand der Kondensatorplatten,  $\Delta d$ , und für die Wegstrecke zwischen den ausgewählten Markierungen auf der Okularskala,  $\Delta s$ .

#### Bestimmung der Geschwindigkeiten und der Ladung

- Aus der gemessenen Steig- und Sinkzeit  $t_1$  und  $t_2$  wird jeweils die Steig- und Sinkgeschwindigkeit

$$(11) v_{1,2} = \frac{s}{V \cdot t_{1,2}}$$

$s$ : Wegstrecke zwischen zwei ausgewählten Markierungen auf der Okularskala,  $V = 2$ : Objektivvergrößerung bestimmt und daraus nach Gleichung (10) die Ladung  $q$  des Öltröpfchens (Tab. 1).

Tab. 2: Ermittlung der kleinsten ganzen Zahl, die sich als Produkt aus dem Ladungsverhältnis  $q_j/q_k = 1,4$  und der vorgegebenen ganzen Zahl  $n_k$  ergibt.

$n_k$	$1,4 \cdot n_k$
1	1,4
2	2,8
3	4,2
4	5,6
<b>5</b>	<b>7,0</b>
6	8,4
7	9,8
8	11,2
9	12,6
10	14,0

**Bestimmung von  $n$**

Wenn eine Elementarladung  $e$  existiert, muss für die gemessenen Ladungen  $q_j$  und  $q_k$  ( $j, k = 1, 2, 3, \dots, 10$ ) je zweier Öltröpfchen gelten:

$$(12) \quad q_j = n_j \cdot e \text{ und } q_k = n_k \cdot e \text{ mit } n_j, n_k \in \mathbb{Z}$$

Daraus folgt:

$$(13) \quad \frac{q_j}{q_k} = \frac{n_j}{n_k} \Leftrightarrow n_j = \frac{q_j}{q_k} \cdot n_k$$

Die ganzen Zahlen  $n_j$  und  $n_k$  können wie folgt bestimmt werden, wobei ohne Beschränkung der Allgemeinheit  $|q_j| > |q_k|$  angenommen wird:

- Aus den gemessenen Ladungen (Tab. 1) paarweise die Verhältnisse  $q_j/q_k$  mit  $|q_j| > |q_k|$  bilden.
- Einen Satz unterschiedlicher Ladungspaare mit (im Rahmen der Messgenauigkeit) gleichen Ladungsverhältnissen auswählen.

Die Ladungspaare  $(q_1, q_2)$ ,  $(q_4, q_5)$  und  $(q_8, q_{10})$ , deren Ladungsverhältnis jeweils  $\approx 1,4$  ergibt, bilden z.B. einen solchen Satz, der im Folgenden betrachtet wird.

- Ganze Zahlen  $n_k = 1, 2, 3, \dots$  vorgeben und sukzessive  $1,4 \cdot n_k$  berechnen (Tab. 2). Aus den berechneten Werten den Wert identifizieren, der der *kleinsten* ganzen Zahl entspricht oder am nächsten an der *kleinsten* ganzen Zahl liegt. Dieser Wert wird  $n_j$  zugewiesen.

Aus Tab. 2 ergibt sich als kleinste ganze Zahl  $n_j = 7$ , wenn  $n_k = 5$  ist. Da die Beträge der Ladungen  $q_1$  und  $q_{10}$  sowie  $q_2$  und  $q_8$  im Rahmen der Messfehler übereinstimmen, und die Beträge der Ladungen  $q_4$  und  $q_5$  um einen Faktor  $\approx 2,3$  kleiner sind, wird dem Ladungspaar  $(q_1, q_2)$  das Wertepaar  $(n_1, n_2) = (-7, -5)$ , und dem Ladungspaar  $(q_8, q_{10})$  das Wertepaar  $(n_8, n_{10}) = (5, 7)$ , zugewiesen.

Dem Ladungspaar  $(q_4, q_5)$  wird wegen  $7 / 2,3 = 3,0$  und  $5 / 2,3 = 2,2$  das Wertepaar  $(n_4, n_5) = (2, 3)$  zugewiesen.

- Die Werte von  $n_i$  für die übrigen Ladungen nach Gleichung (13) aus den Verhältnissen zu einer Ladung mit bereits ermitteltem  $n_i$  bestimmen. Alle Werte für  $n_i$  in Tab. 1 eintragen.

Beispiel für die Bestimmung von  $n_6$  aus  $n_1$ :  $q_1 / q_6 = -1,8$  und  $n_1 / -1,8 = 3,9$ , so dass  $n_6$  der Wert 4 zugewiesen wird.

Alternativ können die aus den Messungen bestimmten Ladungen  $q_i$  (Tab. 1) jeweils durch ganze Zahlen  $n_i$  so dividiert werden, dass die resultierenden Werte die kleinstmögliche Streuung um den (nicht gewichteten) Mittelwert aufweisen. Als Maß für die Streuung dient die Standardabweichung.

**Bestimmung von  $e$**

- Die Ladungen  $q_i$  und deren Messfehler  $\Delta q_i$  jeweils durch  $n_i$  dividieren und so Werte  $e_i$  und  $\Delta e_i$  für die Elementarladung und deren Messfehler für die Einzelmessungen bestimmen (Tab. 1)
- Den besten Schätzwert  $e$  für die Elementarladung sowie den Standardfehler  $\Delta e$  aus den Werten  $e_i$  der Einzelmessungen und deren Messfehlern  $\Delta e_i$  durch Bildung des gewichteten Mittelwerts bestimmen:

$$(14) \quad e \pm \Delta e = \frac{\sum w_i \cdot e_i}{\sum w_i} \pm \frac{1}{\sqrt{\sum w_i}} \text{ mit } w_i = \left( \frac{1}{\Delta e_i} \right)^2$$

Mit den Werten aus Tab. 1 ergibt sich daraus:

$$(15) \quad e \pm \Delta e = \left( \frac{1286}{799} \pm \frac{1}{28} \right) \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ = (1,61 \pm 0,04) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Das Ergebnis ist umso aussagekräftiger, je mehr Messwerte aufgenommen werden, d.h. je größer der Umfang der Stichprobe ist, und je kleiner die Zahl  $n$  der Ladungen auf den Öltröpfchen ist. Auf Grund der Messgenauigkeiten insbesondere des Abstands der Kondensatorplatten und des Ablesens auf der Mikroskopskala sollte  $n \leq 7$  sein.