Linsengleichung

BESTIMMUNG DER BRENNWEITE EINER LINSE NACH DEM BESSEL-VERFAHREN

- Bestimmung der zwei Positionen einer dünnen Linse, die ein scharfes Bild liefern.
- Bestimmung der Brennweite einer dünnen Linse.

UE4010100

07/16 JöS

Fig. 1 Messanordnung.

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Die Brennweite *f* einer Linse gibt die Entfernung zwischen der Hauptebene der Linse und dem Brennpunkt an, siehe Fig. 2. Sie lässt sich nach dem Bessel-Verfahren (nach *Friedrich Wilhelm Bessel*) bestimmen. Dafür werden die verschiedenen Abstände zwischen den Elementen der optischen Bank gemessen.

Anhand Fig. 2 und Fig. 3 erkennt man, dass für eine dünne Linse der geometrische Zusammenhang

(1) $a = b + g$

a: Abstand zwischen Gegenstand G und Bild B
b: Abstand zwischen Linse und Bild B
g: Abstand zwischen Gegenstand G und Linse

gelten muss.

Einsetzen von $b = a - g$ in die Linsengleichung

(2) $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

f: Brennweite der Linse

liefert

(3) $\frac{1}{f} = \frac{a}{a \cdot g - g^2}$

Dies entspricht einer quadratischen Gleichung $g^2 - a \cdot g + a \cdot f = 0$ mit den beiden Lösungen

(4) $g_{1,2} = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - a \cdot f}$.

Für beide Gegenstandsweiten g_1 und g_2 ergibt sich für $a > 4f$ ein scharfes Bild. Aus deren Differenz e lässt sich die Brennweite der Linse bestimmen:

$$(5) \quad e = g_1 - g_2 = \sqrt{a^2 - 4af}$$

Die Differenz e ist der Abstand e zwischen den beiden Linsenpositionen P1 und P2, die ein scharfes Bild ergeben.

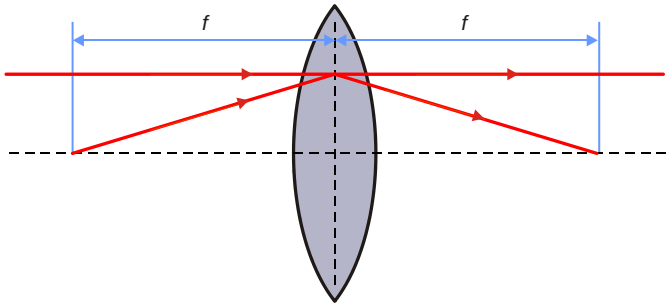

Fig. 2 Schematische Darstellung zur Definition der Brennweite einer dünnen Linse.

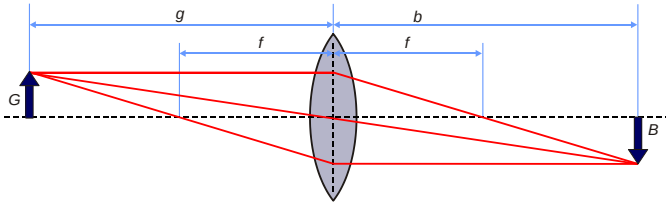

Fig. 3 Schematischer Strahlengang durch eine Linse.

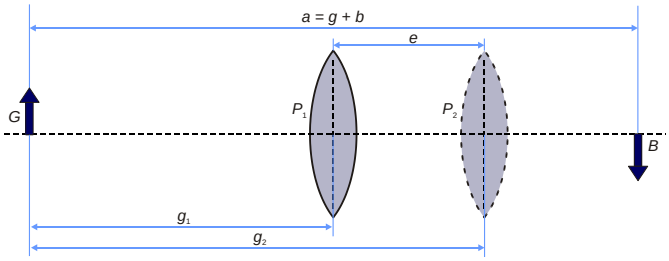

Fig. 4 Schematische Anordnung der zwei Linsenpositionen, die ein scharfes Bild auf dem Schirm erzeugen

GERÄTELISTE

1	Optische Bank K, 1000 mm	1009696 (U8475240)
4	Optikreiter K	1000862 (U8475350)
1	Optikleuchte K	1000863 (U8475400)
1	Transformator 12 V, 25 VA @230V	1000866 (U8475470-230)
oder		
1	Transformator 12 V, 25 VA @115V	1000865 (U8475470-115)
1	Sammellinse K, f = 50 mm	1000869 (U8475901)
1	Sammellinse K, f = 100 mm	1010300 (U8475911)
1	Klemmhalter K	1008518 (U84755401)
1	Satz 4 Abbildungsobjekte	1000886 (U8476605)
1	Schirm K, weiß	1000879 (U8476320)

AUFBAU UND DURCHFÜHRUNG

- Die vier Optikreiter auf den Positionen -5 cm, 4 cm, 50 cm und 89,5 cm (jeweils linke Kante) auf der optischen Bank positionieren und fixieren. Wie in Fig. 1 gezeigt nacheinander die Optikleuchte in den ersten Optikreiter stecken, die Sammellinse f = 50 mm sowie den Klemmhalter in den zweiten und den Schirm in den vierten. Der dritte Optikreiter bleibt zunächst frei.
- Die Optikleuchte an den Transformator 12 V anschließen und einschalten.
- Den zweiten Optikreiter so verschieben, dass auf dem Schirm ein scharfes Bild der Glühwendel der Optikleuchte zu sehen ist.
- Die F-Blende oder das Dia aus dem Satz 4 Abbildungsobjekte in den Klemmhalter schieben. Auf eine gleichmäßige Ausleuchtung achten.
- Auf den dritten Optikreiter die Sammellinse f = 100 mm stecken.
- Die Sammellinse f = 100 mm schrittweise verschieben und die beiden Positionen finden, für die jeweils ein scharfes Bild auf dem Schirm entsteht.
- Den Abstand a zwischen Gegenstand und Bild als Differenz zwischen der Position des Abbildungsobjektes und der Position des Schirms auf dem Maßstab der optischen Bank ablesen und in Tab. 1 notieren.
- Die Gegenstandsweiten g_1 und g_2 als Differenzen zwischen den beiden Positionen der Sammellinse f = 100 mm und der Position des Abbildungsobjektes auf dem Maßstab der optischen Bank ablesen und in Tab. 1 notieren.
- Die Messung durch Variation der Schirm-Position für andere Abstände a durchführen. Dabei die Bedingung $a > 4f$ (f = 100 mm) beachten und zuerst die Position des zweiten Optikreiters mit der Sammellinse f = 50 mm jeweils so korrigieren, dass auf dem Schirm wieder ein scharfes Bild der Glühwendel der Optikleuchte zu sehen ist.

MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Tab. 1: Gemessene Gegenstandsweiten g_1 und g_2, deren Differenz e und berechnete Brennweite f für unterschiedliche Abstände a zwischen Schirm und Abbildungsobjekt.

a / mm	g_1 / mm	g_2 / mm	e / mm	f / mm
826	714	118	596	99
724	605	124	481	101
674	556	130	426	101
613	487	138	349	104
522	394	134	260	98

Aus Gleichung (5) ergibt sich die Formel für die Brennweite der dünnen Linse

$$(6) \quad f = \frac{a^2 - e^2}{4a}$$

nach dem Bessel-Verfahren.

- Brennweiten f aus den Abständen a und den Differenzen e (Tab. 1) nach Gleichung (6) berechnen und in Tab. 1 eintragen.
- Den Mittelwert aller Brennweiten berechnen:

$$(7) \quad \bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^{5} f_i}{5}$$

Es ergibt sich f = 101 mm, in sehr guter Übereinstimmung mit dem Nennwert f = 100 mm.

Bei Annahme einer Genauigkeit von 1 mm für das Positionieren der optischen Komponenten und das Ablesen der Positionen auf dem Maßstab der optischen Bank beträgt die relative Messunsicherheit einer Einzelmessung ca. 1%.

© Copyright 2016 3B Scientific GmbH