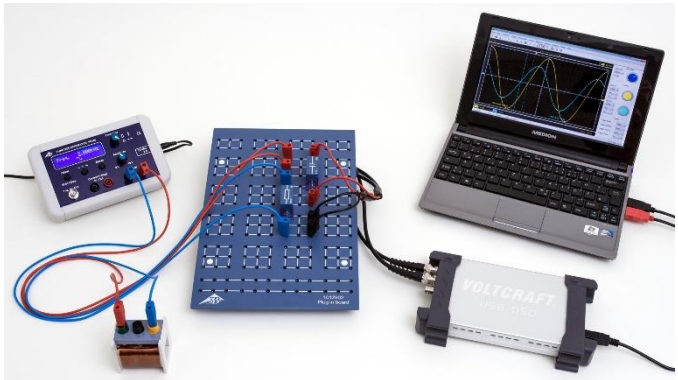
Wechselstromwiderstände

BESTIMMUNG DES WECHSELSTROMWIDERSTANDES IN EINEM STROMKREIS MIT INDUKTIVEM UND KAPAZITIVEM WIDERSTAND.

- **Bestimmung des Wechselstromwiderstandes bei Reihen- und Parallelschaltung von kapazitivem und induktivem Widerstand in Abhängigkeit von der Frequenz.**
- **Bestimmung der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von Induktivität und Kapazität.**
- **Beobachtung der Änderung der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung bei der Resonanzfrequenz.**

UE3050321

10/16 UD



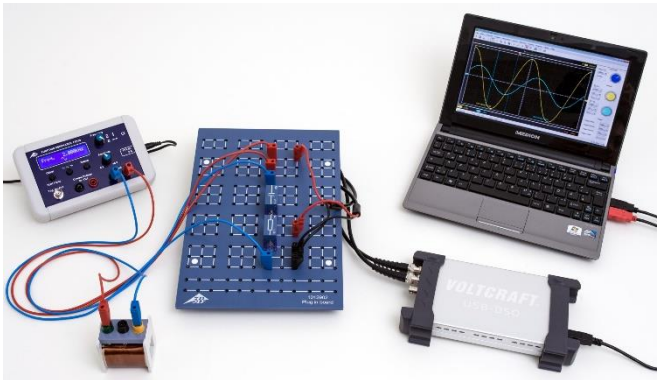


Fig. 1: Messanordnung bei Parallelschaltung (links) und Reihenschaltung (rechts).

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Induktive Widerstände in Wechselstromkreisen nehmen mit steigender Frequenz des Wechselstromes zu, während kapazitive Widerstände abnehmen. Daher zeigen Reihen- oder Parallelschaltungen aus kapazitiven und induktiven Widerständen Resonanzverhalten. Man spricht von Schwingkreisen, weil Strom und Spannung zwischen Kapazität und Induktivität hin und her schwingen. Ein zusätzlicher ohmscher Widerstand dämpft diese Schwingung.

Zur Berechnung der Reihen- oder Parallelschaltungen weist man der Einfachheit halber einer Induktivität L den komplexen Widerstand

(1) $X_L = i \cdot 2\pi \cdot f \cdot L$

f: Frequenz des Wechselstromes

und einer Kapazität C den komplexen Widerstand

(2) $X_C = \dfrac{1}{i \cdot 2\pi \cdot f \cdot C}$

zu. Für den Gesamtwiderstand in einer Reihenschaltung ohne ohmschen Widerstand gilt dann

(3) $Z_S = i \cdot \left(2\pi \cdot f \cdot L - \dfrac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}\right) = i \cdot Z_{S0}$,

während sich die Parallelschaltung wie folgt berechnen lässt:

(4) $\dfrac{1}{Z_P} = -i \cdot \left(\dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L} - 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C\right) = i \cdot \left(-\dfrac{1}{Z_{P0}}\right)$.

Bei der Resonanzfrequenz

(5) $f_r = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$

verschwindet also der Widerstand Z_S der Reihenschaltung aus induktivem und kapazitivem Widerstand; d.h. die Spannungen an beiden Einzelwiderständen sind entgegengesetzt gleich.

Der Betrag des Widerstandes Z_P der Parallelschaltung wird dagegen unendlich groß, d.h. die Einzelströme sind entgegengesetzt gleich. Bei der Resonanzfrequenz wechselt außerdem die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung ihr Vorzeichen.

Im Experiment werden Schwingkreise als Reihen- oder Parallelschaltung von Kapazität und Induktivität aufgebaut. Ein Funktionsgenerator dient als Spannungsquelle mit einstellbarer Frequenz und Amplitude. Mit einem Oszilloskop werden Strom und Spannung in Abhängigkeit von der eingestellten Frequenz gemessen. Spannung U und Strom I werden an einem Oszilloskop dargestellt; dabei entspricht I dem Spannungsabfall $U_m(t)$ über einem Arbeitswiderstand R_m (Fig. 2, 3).

GERÄTELISTE

1	Steckplatte für Bauelemente	1012902 (U33250)
1	Kondensator 1 µF, 100 V, P2W19	1012955 (U333063)
1	Kondensator 4,7 µF, 63 V, P2W19	1012946 (U333054)
1	Spule mit 800 Windungen S	1001001 (U8498080)
1	Spule mit 1200 Windungen S	1001002 (U8498085)
1	Widerstand 10 Ω, 2 W, P2W19	1012904 (U333012)
1	Funktionsgenerator FG 100 @230V	1009957 (U8533600-230)
oder	@115V	1009956 (U8533600-115)
1	PC-Oszilloskop 2x50 MHz	1020857 (U11830)
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748 (U11257)
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm²	1002840 (U13800)

AUFBAU UND DURCHFÜHRUNG

Reihenschaltung

- Die Messanordnung für die Reihenschaltung (Fig. 1, rechts) gemäß der Schaltskizze (Fig. 2) mit R_m =10 Ω, C =1 µF und der Spule mit N = 1200 Windungen / L = 23,0 mH aufbauen.
- Das Ausgangssignal $U_m(t) = I(t) \cdot R_m$ an Kanal CH1 des Oszilloskops anschließen, das Eingangssignal $U(t)$ an Kanal CH2.
- Am PC-Oszilloskop die folgenden Start-Parameter einstellen:

Time/DIV	10 µs
Volts/DIV CH1	10.0 mV AC
Volts/DIV CH2	2.00 V AC
Trigger Mode	Auto
Sweep	Edge
Source	CH2
Slope	+
Level	0.00 µV

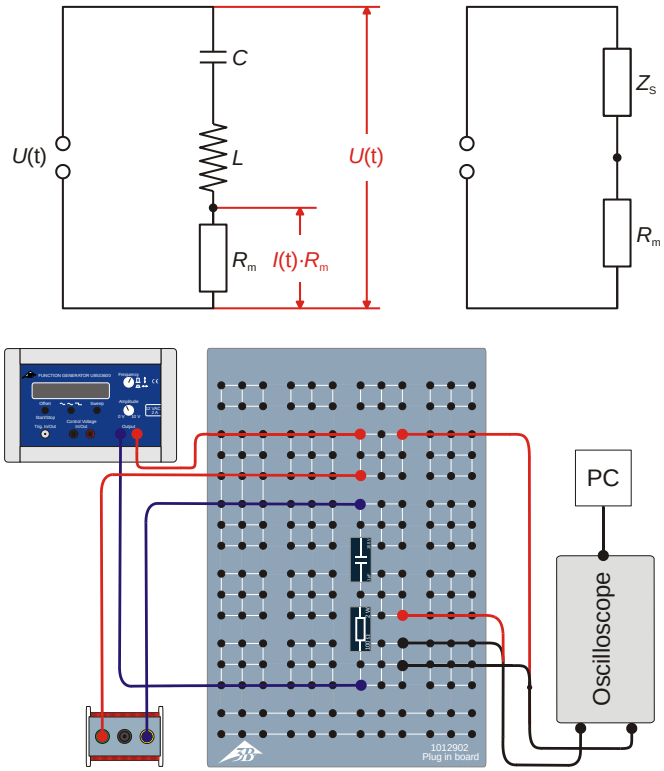


Fig. 2: Schaltskizze (oben links), Ersatzschaltbild (oben rechts) und schematische Skizze des Aufbaus (unten) für die Reihenschaltung.

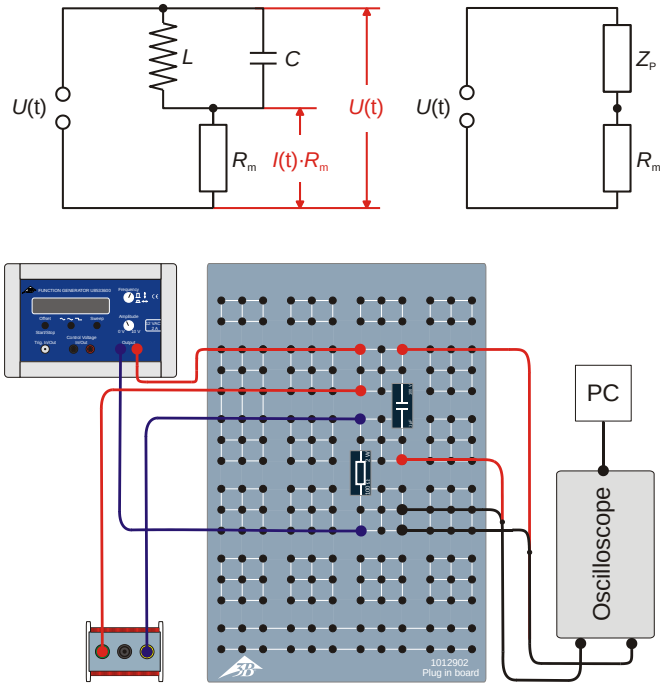


Fig. 3: Schaltskizze (oben links), Ersatzschaltbild (oben rechts) und schematische Skizze des Aufbaus (unten) für die Parallelschaltung.

Hinweis
Die Parameter Time/DIV und Volts/DIV CH1 müssen im Verlauf der Messserie anpepasst werden.

- Am Funktionsgenerator die Signalform Sinus auswählen und die Amplitude des Eingangssignals U_0 = 6 V einstellen. Dazu den Amplitudensteller so einstellen, dass das Maximum bzw. Minimum des Sinussignals auf Kanal CH2 des Oszilloskops (bei 2 V / Kästchen) 3 Kästchen entspricht.
- Am Funktionsgenerator die Frequenz 20000 Hz einstellen, schrittweise bis 50 Hz verringern (Tab. 1), jeweils die Amplitude U_{m0} des Ausgangssignals $U_m(t)$ am Oszilloskop ablesen und die Werte in Tab. 1 eintragen.
- Die Resonanzfrequenz f_r ermitteln als die Frequenz, bei der U_{m0} maximal wird. Werte für f_r und U_{m0} in Tab. 1 eintragen (fett gedruckt).
- Die Messung für die Spule mit N = 800 Windungen / L = 10,4 mH wiederholen.
- Die Messung für den Kondensator mit C =4,7 µF und beide Spulen wiederholen.
- Alle Resonanzfrequenzen in Tab. 2 eintragen.

Parallelschaltung

- Die Messanordnung für die Parallelschaltung (Fig. 1, links) gemäß der Schaltskizze (Fig. 3) mit R_m =10 Ω, C =1 µF und der Spule mit N = 1200 Windungen / L = 23,0 mH aufbauen.
- Die Messungen analog zur Reihenschaltung durchführen. Dieselben Start-Parameter am USB-Oszilloskop wählen, nur Volts/DIV CH1 auf 2.00 V AC einstellen.
- Die Resonanzfrequenz f_r ermitteln als die Frequenz, bei der U_{m0} minimal wird. Werte für f_r und U_{m0} in Tab. 1 eintragen (fett gedruckt).
- Alle Resonanzfrequenzen in Tab. 3 eintragen.

Phasenverschiebung

- Die Messanordnung für die Reihenschaltung (Fig. 1, rechts) gemäß der Schaltskizze (Fig. 2) mit R_m =10 Ω, C =1 µF und der Spule mit N = 1200 Windungen / L = 23,0 mH aufbauen.
- Die Resonanzfrequenz f_r einstellen, dabei die Frequenz etwas verkleinern und vergrößern und die Phase beobachten.
- Die Messung für die Spule mit N = 800 Windungen / L = 10,4 mH wiederholen.
- Die Messung für den Kondensator mit C = 4,7 µF und beide Spulen wiederholen.
- Die Messung für die Parallelschaltung wiederholen.

MESSBEISPIEL

Tab. 1: Eingestellte Frequenzen f und gemessene Amplituden U_{m0} des Ausgangssignals $U_m(t)$ für die Reihen- und die Parallelschaltung, R_m =10 Ω, C =1 µF, N = 1200 Windungen / L = 23,0 mH.

f / Hz	U_{m0} / V	
	Reihenschaltung	Parallelschaltung
20000	0,0194	4,5060
10000	0,0397	3,1030
5000	0,0826	1,6900
2000	0,2800	0,5350
1500	0,5080	0,2890
1052	**1,9950**	**0,0487**
1000	1,8470	0,0597
800	0,6800	0,2120
500	0,2400	0,5880
200	0,0773	1,4080
50	0,0193	1,9950

Tab. 2: Gemessene Resonanzfrequenzen für die Reihenschaltung.

	f_r	
	C = 1 µF	C = 4,7 µF
N = 1200 L = 23,0 mH	1052 Hz	493 Hz
N = 800 L = 10,4 mH	1471 Hz	690 Hz

Tab. 3: Gemessene Resonanzfrequenzen für die Parallelschaltung.

	f_r	
	C = 1 µF	C = 4,7 µF
N = 1200 L = 23,0 mH	1052 Hz	496 Hz
N = 800 L = 10,4 mH	1457 Hz	688 Hz

AUSWERTUNG

- Die Beträge Z_0 der Gesamtwiderstände für die Reihen- und die Parallelschaltung aus den gemessenen Spannungen U_{m0} (Tab. 1) berechnen,

  (9) $$I_0 = \frac{U_{m0}}{R_m} = \frac{(U_0 - U_{m0})}{Z_0} \Leftrightarrow Z_0 = \left(\frac{U_0}{U_{m0}} - 1\right) \cdot R_m ,$$

  U_0 = 6 V, R_m =10 Ω, und die Werte in Tab. 4 eintragen.

- Die Beträge Z_{0S} und Z_{0P} des Gesamtwiderstandes für die Reihen- und die Parallelschaltung in Abhängigkeit von der Frequenz f graphisch auftragen (Fig. 4, Fig. 5).

- Die Beträge Z_{0S} und Z_{0P} der Gesamtwiderstände für die Reihen- und die Parallelschaltung mit Hilfe der Gleichungen (3) und (4) theoretisch berechnen und als durchgezogene Linien in Fig. 4 und Fig. 5 einzeichnen.

- Die Resonanzfrequenzen nach Formel (5) berechnen, in Tab 5 eintragen, und die gemessenen Resonanzfrequenzen (Tab. 2, 3) gegen die berechneten graphisch auftragen (Fig. 6).

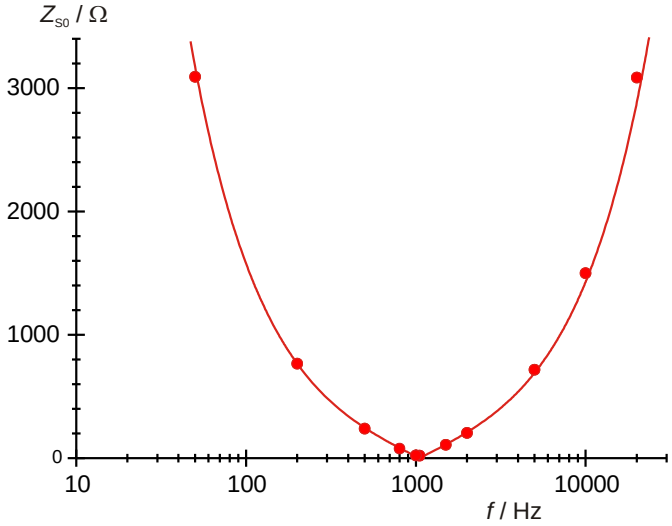


Fig. 4: Wechselstromwiderstand der Reihenschaltung in Abhängigkeit von der Frequenz.

Tab. 4: Aus der Messung bestimmte Gesamtwiderstände Z_{0S} und Z_{0P} für die Reihen- und die Parallelschaltung.

f / Hz	Z_{0S} / Ω	Z_{0P} / Ω
20000	3082,8	3,3
10000	1501,3	9,3
5000	716,4	25,5
2000	204,3	102,1
1500	108,1	197,6
1052	20,1	1222,0
1000	22,5	995,0
800	78,2	273,0
500	240,0	92,0
200	766,2	32,6
50	3098,8	20,1

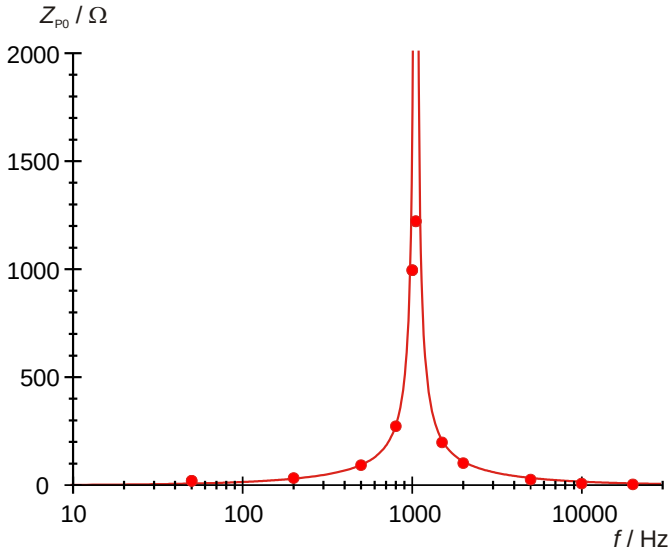


Fig. 5: Wechselstromwiderstand der Parallelschaltung in Abhängigkeit von der Frequenz.

Tab. 5: Aus den Induktivitäten und Kapazitäten berechnete Resonanzfrequenzen.

	$f_r = 1 \Big/ \left(2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}\right)$	
	C = 1 µF	C = 4,7 µF
N = 1200 L = 23,0 mH	1049 Hz	484 Hz
N = 800 L = 10,4 mH	1576 Hz	727 Hz

Die gemessenen Resonanzkurven (Fig. 4, Fig. 5) bestätigen den theoretisch erwarteten Verlauf (durchgezogene Linien). Die großen Abweichungen der Beträge des Gesamtwiderstands im Bereich der Resonanzfrequenz lassen sich durch den Ohm'schen Anteil des Widerstands der Spule erklären.

Die gemessenen und berechneten Resonanzfrequenzen stimmen gut überein (Fig. 6).

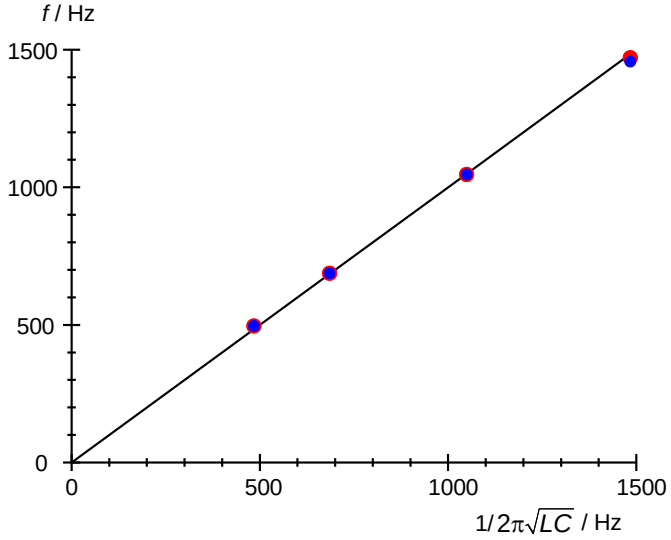


Fig. 6: Vergleich zwischen gemessener und berechneter Resonanzfrequenz für eine Reihenschaltung (rot) und eine Parallelschaltung (blau)

Phasenverschiebung

Für die Reihenschaltung liegen bei der Resonanzfrequenz die Maxima, Minima und Nulldurchgänge von Ausgangssignal $U_m(t) = I(t) \cdot R_m$ und Eingangssignal $U(t)$ bei denselben Positionen auf der Zeitachse, d.h. die Phasenverschiebung beträgt $\varphi = 0°$. Verkleinert bzw. vergrößert man die Frequenz, verschiebt sich das Ausgangssignal gegenüber dem Eingangssignal nach links bzw. rechts zu $|\varphi| = 90°$ hin.

Für die Parallelschaltung liegen bei der Resonanzfrequenz die Maxima, Minima und Nulldurchgänge von Ausgangssignal $U_m(t) = I(t) \cdot R_m$ und Eingangssignal $U(t)$ bei denselben Positionen auf der Zeitachse, d.h. die Phasenverschiebung beträgt $\varphi = 0°$. Verkleinert bzw. vergrößert man die Frequenz, verschiebt sich das Ausgangssignal gegenüber dem Eingangssignal nach rechts bzw. links zu $|\varphi| = 90°$ hin, also genau umgekehrt wie bei der Reihenschaltung. Gemäß der Theorie ist zu erwarten, dass das Ausgangssignal bei der Resonanzfrequenz Null ist, weil der Strom Null ist. Es ist dann keine Phase und damit keine Phasenverschiebung zu beobachten. Dass trotzdem ein von Null verschiedenes Ausgangssignal und damit eine Phase und eine Phasenverschiebung zu beobachten sind, lässt sich durch den Ohm'schen Anteil des Widerstands der Spule erklären.

© Copyright 2016 3B Scientific GmbH