Wärmeleitung

MESSUNG DER WÄRMELEITUNG IN METALLSTÄBEN.

- Messung des Temperaturverlaufes längs einseitig geheizten und einseitig gekühlten Metallstäben im nichtstationären und stationären Zustand.
- Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit des Stabmaterials.
- Messung des Wärmestroms im stationären Zustand.

UE2020100

11/15 UD

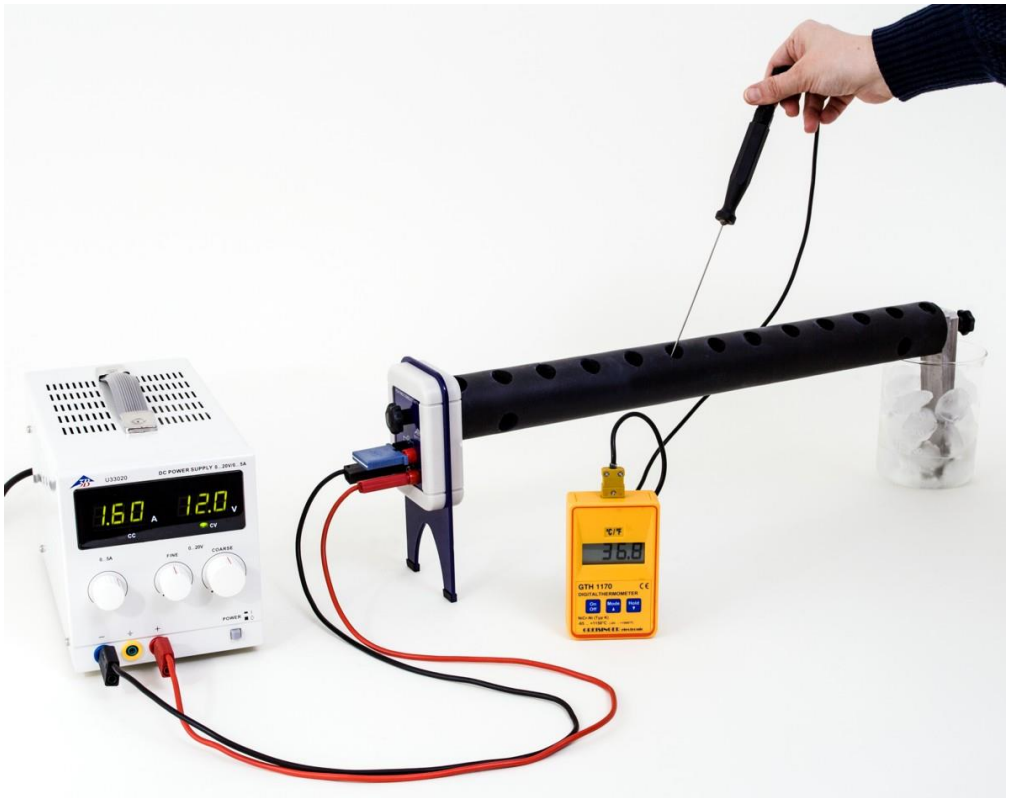

Fig. 1: Messanordnung.

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Wärme kann durch Wärmeleitung, Wärmestrahlung und Konvektion von einem wärmeren in einen kälteren Bereich übertragen werden. Bei der Wärmeleitung findet dieser Energietransport durch die Wechselwirkung zwischen benachbarten Atomen oder Molekülen statt, ohne dass diese selbst transportiert werden. Bei der Erwärmung z.B. eines Metallstabes schwingen die Atome am warmen Ende stärker, d.h. mit einer höheren Energie als am kalten Ende. Die Energie wird durch Stöße mit benachbarten Atomen an diese abgegeben und so durch den Stab geleitet. Metalle sind besonders gute Wärmeleiter, da noch Stöße zwischen freien Elektronen und Atomen hinzukommen.

In einem Stab mit der Querschnittsfläche *A*, dessen Enden auf unterschiedlichen Temperaturen gehalten werden, stellt sich nach einiger Zeit ein Temperaturgradient entlang des Stabes ein, so dass die Temperatur *T* gleichmäßig zum kälteren Ende hin abnimmt. Dabei fließt in einer Zeit d*t* eine Wärmemenge d*Q* durch den Querschnitt des Stabes, und es stellt sich ein konstanter Wärmestrom P_Q ein:

(1) $$P_Q = \frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

P_Q: Wärmestrom (gemessen in Watt)
A: Querschnittsfläche des Stabes
λ: Wärmeleitfähigkeit des Stabmaterials
T: Temperatur
x: Ortskoordinate entlang des Stabes

Bevor der konstante Temperaturgradient erreicht ist, hat der Stab zur Zeit *t* eine Temperaturverteilung T(*x*,*t*), die sich allmählich dem stationären Zustand nähert. Es gilt die Differentialgleichung

(2) $$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,t) - c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t}(x,t) = 0 \,,$$

c: spezifische Wärmekapazität
ρ: Dichte des Stabmaterials

Im stationären Fall ist in Übereinstimmung mit Gl. (1)

(3) $$\frac{\partial T}{\partial t}(x,t) = 0 \text{ und } \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(x,t) = const. = \frac{P_Q}{A} \,.$$

Im Experiment wird der Stab an einem Ende elektrisch geheizt. Eine elektronisch geregelte Wärmequelle speist den Wärmeleitstab mit einem Wärmestrom, der als elektrische Leistung

(4) $$P_{el} = U \cdot I$$

durch Messung der Heizspannung *U* und des Heizstromes ***I*** bestimmt werden kann. Die elektronische Regelung des Stromes sorgt dafür, dass das Stabende sehr schnell eine Temperatur von etwa 90°C erreicht, die dann konstant gehalten wird.

Über die Kühllamellen wird die Wärme am anderen Stabende an Eiswasser oder einfach an Wasser bei Raumtemperatur abgeführt. Die abgeführte Wärmeleistung kann also kalorimetrisch bestimmt werden.

Eine Isoliermanschette verringert die Wärmeabgabe des Wärmeleitstabes an die Umgebung und verbessert die Linearität des Temperaturprofils im stationären Zustand. Mit einem sekundenschnellen elektronischen Thermometer werden die Temperaturen an den vorgesehenen Messstellen längs des Stabes gemessen. Es stehen ein Kupferstab und ein Aluminiumstab zur Verfügung.

GERÄTELISTE

1	Gerätesatz Wärmeleitung	U8498290	1017329
1	Wärmeleitstab Aluminium	U8498292	1017331
1	Wärmeleitstab Kupfer	U8498291	1017330
1	DC-Netzgerät 0 − 20 V, 0 − 5 A	U33020	1003311/2
1	Digital-Sekunden-Taschenthermometer	U11853	1002803
1	Tauchfühler NiCr-Ni Typ K -65–550°C	U11854	1002804
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	U13816	1017718
1	Satz 10 Bechergläser, niedrige Form	U14210	1002872

Zusätzlich empfohlen:

2	Digital-Multimeter P1035	U11806	1002781

Eiswasser

AUFBAU UND DURCHFÜHRUNG

Hinweis:
Das Experiment wird beispielhaft mit dem Aluminium-Wärmeleitstab durchgeführt.

- Wärmeleitstab an den Schnittflächen säubern und hauchdünn mit Wärmeleitpaste bestreichen.
- Wärmemodul mittels Befestigungsschraube an den Wärmeleitstab anschrauben; Stab so ausrichten, dass die Bohrungen (Temperaturmessstellen) nach oben zeigen.
- Isoliermanschette über den Wärmeleitstab schieben und Aussparungen des Schaumstoffes über den Temperaturmessstellen ausrichten.
- Lamellenpaar am Stabende mit Befestigungsschraube locker anschrauben, im Kühlgefäß (Becherglas) ausrichten und dann fest anziehen.
- Becherglas mit Eiswasser füllen und dieses ggf. im Verlauf des Experiments erneuern.
- Zur Stromversorgung das DC-Netzgerät über die Anschlussbuchsen anschließen. Dabei unbedingt die Polarität beachten: Rot = Pluspol. Das zweite Buchsenpaar mittels des Kurzschlusssteckers überbrücken.
- Zur Messung des Heizstroms statt des Kurzschlusssteckers ein Strommessgerät an das obere Buchsenpaar anschließen.
- Für eine möglichst genaue Ermittlung der aufgenommenen elektrischen Leistung (Produkt aus Heizspannung und -strom) die Heizspannung direkt am Heizmodul über das untere Buchsenpaar messen und nicht am Stromversorgungsgerät ablesen.
- Die Temperatur mit einem elektronischen Thermometer (sekundenschneller Fühler mit Thermoelement) in möglichst gleichen Zeitintervallen an den Messstellen 1 bis 13 im Wärmeleitstab messen (Tab. 1). Dazu vorher eine kleine Menge Wärmeleitpaste in die Messstellen einbringen.
- Mehrere Messreihen z.B. mit einem Zeitabstand von 150 s bis zum Erreichen des stationären Zustandes durchführen (Tab. 1).

MESSBEISPIEL

Heizspannung U: 12 V

Heizsstrom I: 1,6 A

Tab. 1: Messstellen N, Abstände der Messstellen x und Temperaturen T an den Messstellen für fünf verschiedene Messreihen mit einem Zeitabstand von 150 s.

N	x / cm	T / °C				
		t = 0 s	t = 150 s	t = 300 s	t = 350 s	t = 400 s
1	1	88,7	88,8	90,0	90,0	90,6
2	5	74,0	78,3	81,0	82,0	84,5
3	9	63,6	68,9	72,0	75,0	78,4
4	13	55,3	61,1	64,1	68,0	72,0
5	17	48,8	54,6	57,8	62,0	66,6
6	21	43,9	49,1	52,2	55,9	61,3
7	25	39,6	44,0	46,8	51,0	56,1
8	29	36,2	39,9	42,3	46,5	50,9
9	33	33,5	36,6	38,9	41,9	46,3
10	37	31,5	34,4	36,0	38,0	41,7
11	41	29,6	32,1	33,6	35,2	37,4
12	45	28,8	30,3	31,8	32,0	32,9
13	49	27,6	28,8	29,8	28,3	29,1

AUSWERTUNG

- Die Messreihen aus Tab. 1 in einem $T(N)$ – Diagramm graphisch darstellen (Fig. 2).

Die Messpunkte nähern sich mit der Zeit einem linearen Verlauf an, der das Erreichen des stationären Zustands widerspiegelt.

- Die Temperaturen der Messreihe für t = 400 s aus Tab. 1 gemäß

(5) $$\mathrm{K} = {}^\circ\mathrm{C} + 273{,}15 = \frac{({}^\circ\mathrm{F} + 459{,}67)}{1{,}8}$$

in Kelvin umrechnen, in Abhängigkeit des Abstandes x graphisch darstellen und eine Gerade an die Messpunkte anpassen (Fig. 3).

Für die Geradensteigung k ergibt sich:

(6) $$k = -1{,}28\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{cm}}\,.$$

Die Geradensteigung k entspricht dem Temperaturgradienten in Gleichung (1):

(7) $$k = \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = -\frac{P_\mathrm{Q}}{\lambda \cdot A}\,.$$

Zunächst wird unter der vereinfachten Annahme, dass der Wärmestrom P_Q der elektrischen Leistung P_el entspricht, die Wärmeleitfähigkeit λ bestimmt. Aus (7) folgt:

(8) $$\lambda = -\frac{P_\mathrm{Q}}{k \cdot A} \approx -\frac{P_\mathrm{el}}{k \cdot A} = -\frac{12\,\mathrm{V} \cdot 1{,}6\,\mathrm{A}}{-1{,}28\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{cm}} \cdot 490 \cdot \mathrm{mm}^2} = 306\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}\,.$$

Der aus der Messung bestimmte Wert weicht um ca. 30% vom Literaturwert λ = 236 W/(m·K) ab.

Tatsächlich entspricht der Wärmestrom P_Q der elektrischen Leistung P_el abzüglich einer Verlustleistung P_l:

(9) $$P_\mathrm{Q} = P_\mathrm{el} - P_\mathrm{l}$$

Also ist:

(10) $$\lambda = -\frac{P_\mathrm{el} - P_\mathrm{l}}{k \cdot A} \Leftrightarrow P_\mathrm{l} = P_\mathrm{el} + k \cdot \lambda \cdot A\,.$$

Für die Verlustleistung folgt daraus mit dem Literaturwert λ = 236 W/(m·K):

(11) $$P_\mathrm{l} = 12\,\mathrm{V} \cdot 1{,}6\,\mathrm{A} - 1{,}28\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{cm}} \cdot 236\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}} \cdot 490\,\mathrm{mm}^2 = 4{,}4\,\mathrm{W}\,.$$

Hinweis zur Messung des Wärmestroms im stationären Zustand:

Verwendet man anstatt des Eiswassers im Becherglas Wasser bei Raumtemperatur in einem ausreichend wärmeisolierten Gefäß, kann der Wärmestrom P_Q über die in einer Zeit dt an das Wasser abgeführte Wärmemenge dQ kalorimetrisch bestimmt werden:

(12) $$P_\mathrm{Q} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{c_\mathrm{H2O} \cdot m_\mathrm{H2O} \cdot \mathrm{d}T\right\} = c_\mathrm{H2O} \cdot m_\mathrm{H2O} \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$$

c_H2O: spezifische Wärmekapazität von Wasser
m_H2O: Masse des Wassers
dT/dt: Temperaturzunahme des Wassers in der Zeit dt

Die Temperaturzunahme des Wassers innerhalb einer bestimmten Zeit kann direkt gemessen werden. Die Wärmeleitfähigkeit λ unter Berücksichtigung der Verlustleistung folgt dann direkt aus Gleichung (7) mit der Geradensteigung k aus (6).

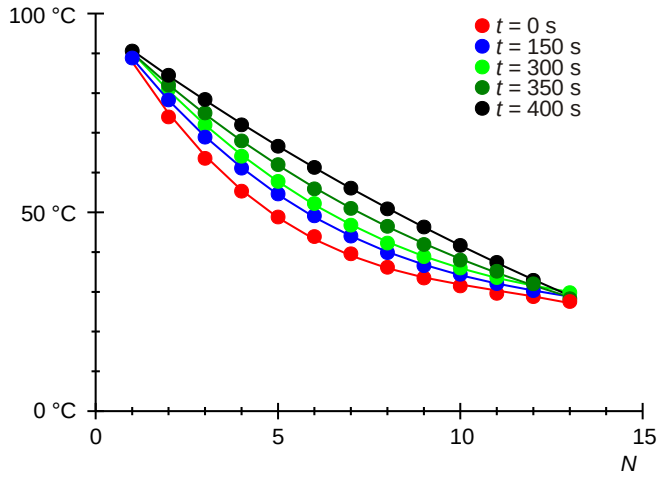

Fig. 2: Temperaturen längs des Aluminiumstabes in fünf Messreihen mit einem Zeitabstand von 150 s.

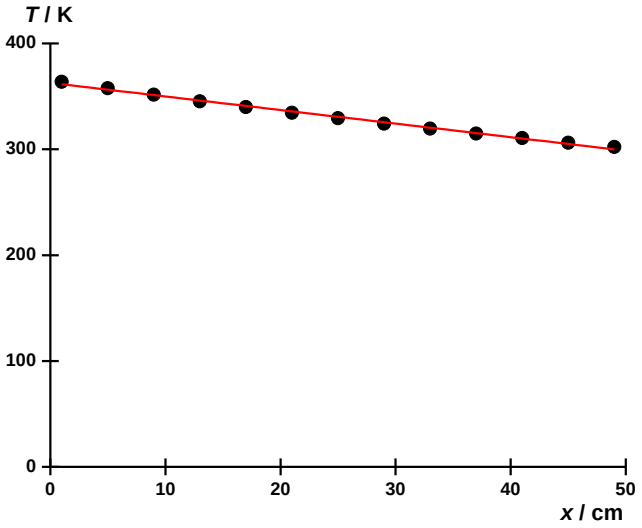

Fig. 3: Temperatur *T* in Abhängigkeit des Abstandes *x* der Messstellen im stationären Zustand.

© Copyright 2015 3B Scientific GmbH