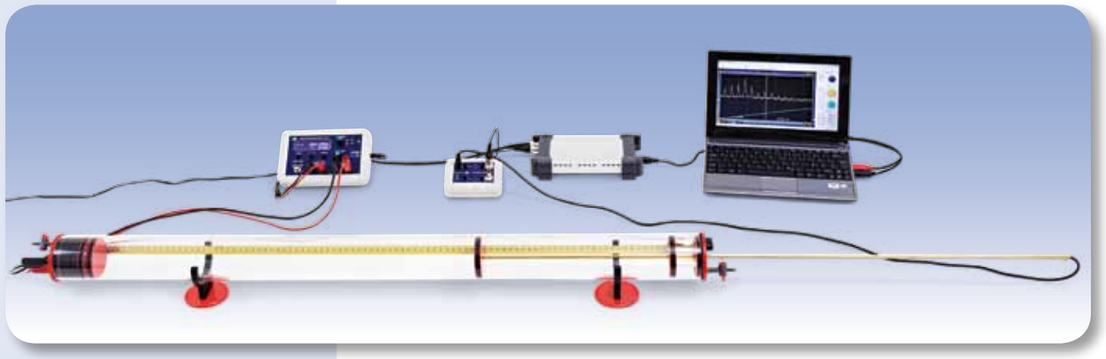
SCHALLGESCHWINDIGKEIT IN LUFT



AUFGABEN:

- **Erzeugung stehender Schallwellen in einem Kundt'schen Rohr mit beidseitig geschlossenem Ende.**
- **Messung der Grundfrequenz in Abhängigkeit von der Länge des Kundt'schen Rohres.**
- **Messung der Frequenzen von Grund- und Oberschwingung bei fester Länge.**
- **Bestimmung der Wellengeschwindigkeit aus den Resonanzfrequenzen.**

ZIEL

Erzeugung und Messung stehender Schallwellen in einem Kundt'schen Rohr.

ZUSAMMENFASSUNG

Schallwellen breiten sich in Gasen als Longitudinalwellen aus. Die Gruppengeschwindigkeit stimmt mit der Phasengeschwindigkeit überein. Im Experiment werden in einem Kundt'schen Rohr mit beidseitig geschlossenem Ende stehende Wellen erzeugt und die Grundfrequenz in Abhängigkeit von der Rohrlänge sowie die Frequenzen von Grund- und Oberschwingung bei fester Rohrlänge gemessen. Die Wellengeschwindigkeit wird aus den Resonanzfrequenzen berechnet und graphisch dargestellt.

BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	Art.-Nr.
1	Kundt'sches Rohr E	**1017339**
1	Mikrofonsonde, lang	**1017342**
	Mikrofonbox (115 V, 50/60 Hz)	**1014521**
1	Mikrofonbox (230 V, 50/60 Hz)	**1014520**
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	**1009957 oder**
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	**1009956**
1	USB-Oszilloskop 2x50 MHz	**1017264**
1	Analog-Multimeter AM50	**1003073**
1	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	**1002748**
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm	**1002849**
1	HF-Kabel	**1002746**

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

In einem Kundt'schen Rohr lassen sich stehende Wellen erzeugen, in dem man mit Hilfe eines Lautsprechers an einem Rohrende Schallwellen geeigneter Resonanzfrequenz erzeugt, die am anderen Ende an einer Wand reflektiert werden. Bei bekannter Rohrlänge lässt sich aus der Resonanzfrequenz und der Nummer der Harmonischen die Wellengeschwindigkeit bestimmen.

Schallwellen breiten sich in Luft und anderen Gasen als schnelle Druck- und Dichteänderungen aus. Sie werden am einfachsten mit Hilfe des Schalldrucks beschrieben, der dem atmosphärischen Druck überlagert ist. Alternativ zum Schalldruck p kann auch die Schallschnelle v zur Beschreibung einer

Schallwelle verwendet werden, also die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen am Ort x im schwingenden Medium zum Zeitpunkt t. Schalldruck und Schallschnelle sind z.B. durch die Euler'sche Bewegungsgleichung

(1) $$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

ρ_0: Dichte des Gases

verknüpft.

Im Kundt'schen Rohr breiten sich Schallwellen entlang des Rohres aus. Sie können also mit Hilfe einer eindimensionalen Wellengleichung beschrieben werden, die sowohl für den Schalldruck als auch für die Schallschnelle gilt:

(2) $$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} \text{ bzw.}$$
$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$$

c: Schallgeschwindigkeit

Im Experiment werden harmonische Wellen betrachtet, die am Ende des Kundt'schen Rohres reflektiert werden. Als Lösungen der Wellengleichung sind also die Überlagerungen von hinlaufenden und zurücklaufenden Wellen zu betrachten:

(3) $$p = p_{0>} \cdot e^{2\pi i\left(f \cdot t - \frac{x}{\lambda}\right)} + p_{0<} \cdot e^{2\pi i\left(f \cdot t + \frac{x}{\lambda}\right)}$$

$p_{0>}$, $v_{0>}$:Amplituden der hinlaufenden Welle,
$p_{0<}$, $v_{0<}$: Amplituden der zurücklaufenden Welle
f: Frequenz, λ: Wellenlänge,

Dabei ist

(4) $$f \cdot \lambda = c$$

Durch Einsetzen dieser Lösungen in Gleichung (1) erhält man bei getrennter Betrachtung von hinlaufender und zurücklaufender Welle den Zusammenhang

(5) $$p_{0>} = v_{0>} \cdot Z \quad \text{bzw.} \quad p_{0<} = v_{0<} \cdot Z.$$

Die Größe

(6) $$Z = c \cdot \rho_0$$

wird Schallkennimpedanz genannt und entspricht dem Wellenwiderstand des Mediums. Sie spielt eine wichtige Rolle bei der Betrachtung der Reflexionen einer Schallwelle an einer Wand mit der Wandimpedanz W:

Es gilt

(7) $$r_v = \frac{v_{0<}}{v_{0>}} = \frac{Z-W}{Z+W} \quad \text{und} \quad r_p = \frac{p_{0<}}{p_{0>}} = \frac{\frac{1}{Z}-\frac{1}{W}}{\frac{1}{Z}+\frac{1}{W}}$$

Im Experiment ist W erheblich größer als Z und daher $r_v = 1$ und $r_p = -1$. Stellt man sich der Einfachheit halber die Wand bei $x = 0$ vor, so folgt aus (3) für den räumlichen Anteil der Schallwelle:

(8) $$p = p_{0>} \cdot \left(e^{-2\pi i \frac{x}{\lambda}} + e^{+2\pi i \frac{x}{\lambda}}\right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f t}$$
$$= 2 \cdot p_{0>} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f t}$$

und $$v = v_{0>} \cdot \left(e^{-2\pi i \frac{x}{\lambda}} - e^{+2\pi i \frac{x}{\lambda}}\right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f t}$$
$$= -2 \cdot i \cdot v_{0>} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f t}$$

Physikalische Realität haben nur die Realteile dieser Terme. Sie entsprechen stehenden Schallwellen, deren Schalldruck an der Wand (also bei $x = 0$) einen Schwingungsbauch aufweist, während die Schallschnelle dort einen Schwingungsknoten hat. Außerdem eilt die Schnelle dem Druck um eine Phasenverschiebung von 90° voraus.

Im Abstand L zur Wand werden die Schallwellen mit Hilfe eines Lautsprechers erzeugt, der mit der Frequenz f schwingt. Dort bilden sich ebenfalls ein Schwingungsbauch des Druckes und ein Schwingungsknoten der Schallschnelle aus. Diese Randbedingungen sind nur erfüllbar, wenn L ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist:

(9) $$L = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}$$

Wegen (3) müssen die Frequenzen daher die Resonanzbedingung

(10) $$f_n = n \cdot \frac{c}{2 \cdot L}.$$

erfüllen.

Im Experiment wird die Frequenz f des Lautsprechers kontinuierlich variiert, während eine Mikrofonsonde den Schalldruck an der Reflexionswand misst. Resonanz ist dann erreicht, wenn das Mikrofonsignal maximale Amplitude aufweist.

AUSWERTUNG

Gemäß (9) gehören zu den ermittelten Resonanzfrequenzen f_n die Wellenlängen

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n}.$$

Zur Bestätigung von (3) und zur Bestimmung der Wellengeschwindigkeit werden diese Werte in einem f-λ-Diagramm dargestellt.

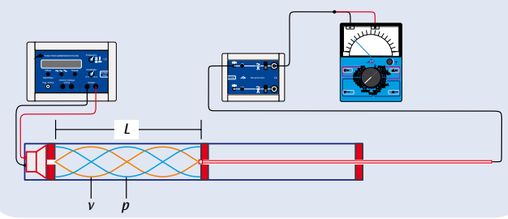


Abb. 1 Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus

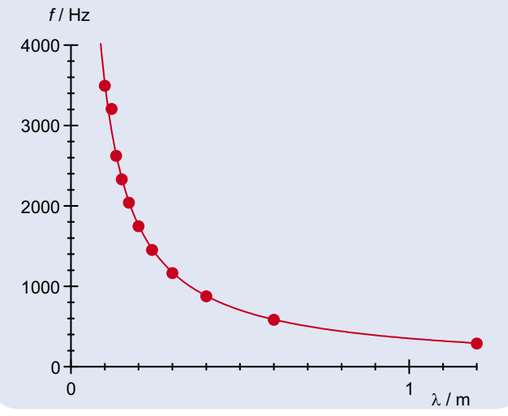


Abb. 2 Frequenz-Wellenlängen-Diagramm