Trägheitsmoment

BESTIMMUNG DES TRÄGHEITSMOMENTS EINER HANTELSTANGE MIT ZUSATZMASSEN.

- Bestimmung der Winkelrichtgröße D_r der Kopplungsfeder.
- Bestimmung des Trägheitsmoments J in Abhängigkeit vom Abstand r der Massestücke zur Drehachse.
- Bestimmung des Trägheitsmoments J in Abhängigkeit von der Masse m der Massestücke.

UE1040201

03/16 JS

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Die Trägheit eines starren Körpers gegenüber einer Änderung seiner Rotationsbewegung um eine feste Achse wird durch das Trägheitsmoment *J* angegeben. Es hängt von der Massenverteilung im Körper relativ zur Drehachse ab und ist umso größer je größer die Abstände zur Drehachse sind.

Dies wird im Experiment am Beispiel einer Drehscheibe mit Hantelstange untersucht, auf der symmetrisch im Abstand r zur Drehachse zwei Massestücke mit der Masse m angeordnet sind. Das Trägheitsmoment beträgt in diesem Fall

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2 \qquad (1)$$

J_0: Trägheitsmoment ohne Massestücke

Wird die Drehscheibe über eine Schraubenfeder elastisch an ein Stativ gekoppelt, kann das Trägheitsmoment aus der Schwingungsdauer der Drehscheibe um ihre Ruhelage bestimmt werden. Es gilt

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}} \qquad (2)$$

D_r: Winkelrichtgröße der Schraubenfeder

D.h. die Schwingungsdauer T ist umso größer, je größer das durch die Masse m und den Abstand r bestimmte Trägheitsmoment J der Drehscheibe mit Hantelstange ist.

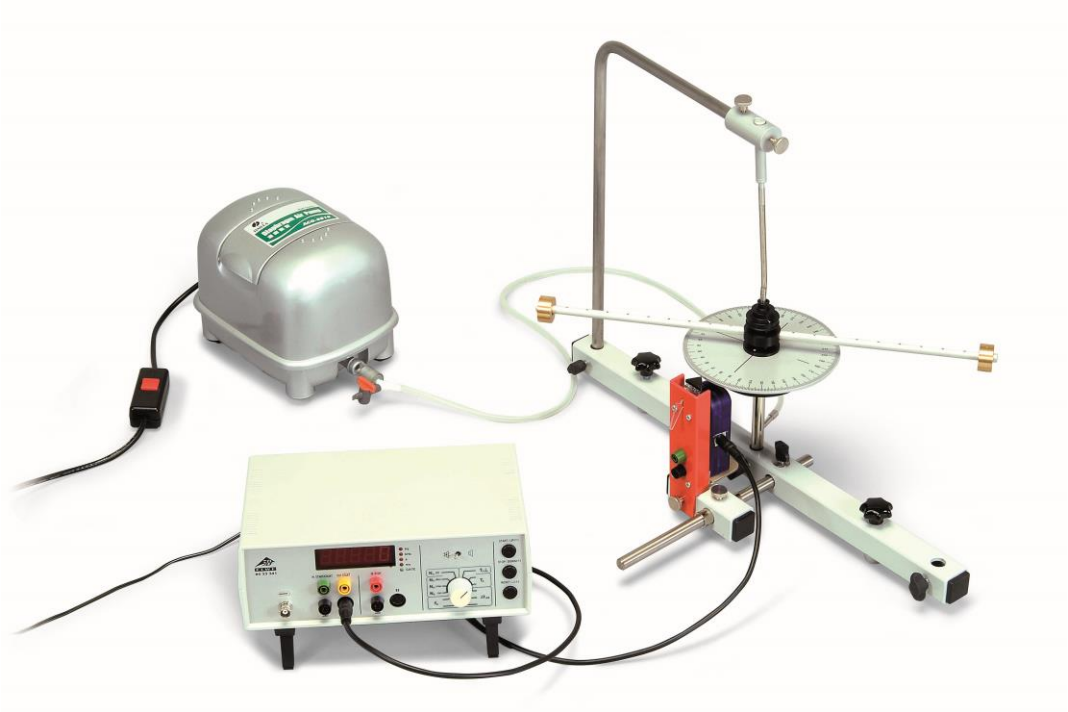

Fig. 1: Messanordnung zur Bestimmung des Trägheitsmoments nach der Drehschwingungsmethode

GERÄTELISTE

1 Luftgelagertes Drehsystem @ 230 V
1000782 (U8405680-230)
oder
1 Luftgelagertes Drehsystem @ 115 V
1000781 (U8405680-115)

1 Ergänzungssatz z. Luftgelagerten Drehsystem
1000783 (U8405690)

1 Laserreflexsensor 1001034 (U8533380)

1 Digitalzähler @ 230 V 1001033 (U8533341-230)
oder
1 Digitalzähler @ 115 V 1001032 (U8533341-115)

AUFBAU

- Luftgelagertes Drehsystem gemäß Bedienungsanleitung aufbauen und horizontal ausrichten.
- Drehscheibe mit Hantelstange aufsetzen und Umlenkrolle aufschrauben.
- Laserreflexsensor auf die Konsole der Start/Stopp-Einheit stellen und an den Start-Eingang des Digitalzählers anschließen.
- Gebläse einschalten und Start/Stopp-Einheit mit ihrem Zeiger bis an den Rand der Drehscheibe schieben, so dass diese arretiert ist.
- Drehscheibe so drehen, dass der Zeiger auf die 0°-Position weist.
- Laserreflexsensor so verschieben, dass das Licht durch die Bohrung der 0°-Position der Drehscheibe fällt.
- Stativgalgen aus dem Ergänzungssatz am Stativ des Luftgelagerten Drehsystems montiern und Kreuzmuffe am vorderen Ende befestigen.
- Kopplungsfeder 5 N in der Kreuzmuffe montieren und magnetisch an die Umlenkrolle koppeln.
- Wahlschalter des Digitalzählers auf T_A / △ stellen.

DURCHFÜHRUNG

a) Messung ohne Zusatzmassen

- Drehschwingung anstoßen und Taste START drücken.
- Mehrere Werte für die Schwingungsdauer ablesen und deren Mittelwert *T* in die erste Zeile der Tab. 1 eintragen.

b) Messung mit Zusatzmassen

- Zwei Zusatzmassen *m* = 50 g auf der Hantelstange symmetrisch im Abstand *r* = 30 mm einhängen.
- Mittelwert mehrerer Werte für die Schwingungsdauer bestimmen und in die Tab. 1 eintragen.
- Abstände *r* in Schritten von 20 mm erhöhen, jeweils die Schwingungsdauer *T* bestimmen und in die Tab. 1 eintragen.
- Analoge Messreihen für die Zusatzmassen *m* = 25 und 12,5 g aufnehmen und in die Tab. 1 eintragen.

MESSBEISPIEL

Tab. 1: Messtabelle

m / g	*r* / cm	r^2 / cm²	*T* / s	T^2 / s²	*J* / g m²
	0	0	6,002	36,02	0,89
50	3	9	6,310	39,81	0,98
50	5	25	6,807	46,34	1,14
50	7	49	7,485	56,02	1,38
50	9	81	8,320	69,22	1,70
50	11	121	9,237	85,32	2,10
50	13	169	10,238	104,81	2,58
50	15	225	11,294	127,54	3,14
50	17	289	12,402	153,81	3,78
50	19	361	13,538	183,26	4,51
50	21	441	14,683	215,59	5,30
25	3	9	6,149	37,81	0,93
25	5	25	6,411	41,10	1,01
25	7	49	6,770	45,83	1,13
25	9	81	7,230	52,28	1,29
25	11	121	7,772	60,40	1,48
25	13	169	8,365	69,97	1,72
25	15	225	9,009	81,15	2,00
25	17	289	9,711	94,29	2,32
25	19	361	10,423	108,64	2,67
25	21	441	11,174	124,87	3,07
12,5	3	9	6,074	36,90	0,91
12,5	5	25	6,203	38,48	0,95
12,5	7	49	6,399	40,95	1,01
12,5	9	81	6,653	44,27	1,09
12,5	11	121	6,950	48,30	1,19
12,5	13	169	7,303	53,33	1,31
12,5	15	225	7,673	58,88	1,45
12,5	17	289	8,078	65,25	1,60
12,5	19	361	8,522	72,62	1,79
12,5	21	441	8,995	80,91	1,99

AUSWERTUNG

Aus (2) ergibt sich die Bestimmungsgleichung für das Trägheitsmoment:

$$J = D_r \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}$$

Allerdings ist D_r zunächst noch unbekannt. Daher rechnet man unter Verwendung der Bestimmungsgleichung

$$D_r \cdot \frac{T^2 - T_0{}^2}{4\pi^2} = J - J_0 = 2 \cdot m \cdot r^2$$

und erhält unter Verwendung der in der Messtabelle rot hervorgehobenen Messwerte

$$D_r \cdot = 2 \cdot m \cdot r^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2 - T_0{}^2}$$

$$= 2 \cdot 50\,\text{g} \cdot 441\,\text{cm}^2 \cdot \frac{4\pi^2}{215{,}59\,\text{s}^2 - 36{,}02\,\text{s}^2}$$

$$= 970\,\frac{\text{mN} \cdot \text{mm}}{\text{rad}}$$

Setzt man diesen Wert in die Bestimmungsgleichung ein, so lassen sich die in der letzten Spalte der Messtabelle angegeben Werte berechnen.

Fig. 2 zeigt die so bestimmten Werte für die Trägheitsmonte dargestellt in Abhängigkeit vom Quadrat des des Abstandes *r* zur Drehachse. Die eingezeichneten Geraden haben die Steigungen 2 × 50 g, 2 × 25 g und 2 × 12,5 g.

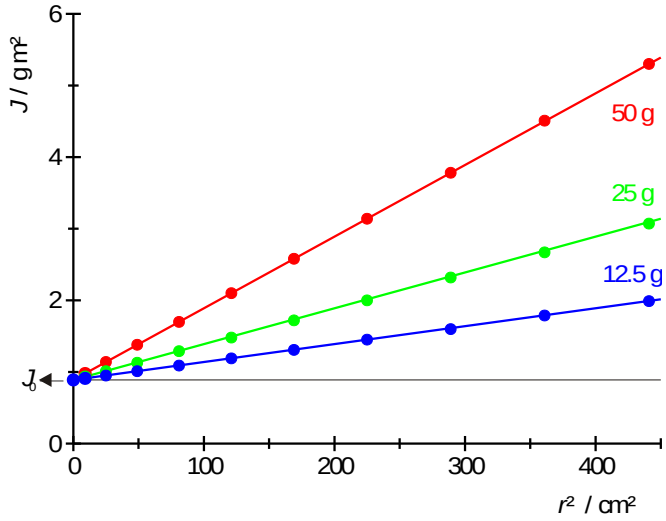

Fig. 2: Trägheitsmoment *J* der Drehscheibe mit Hantelstange für drei verschiedene Zusatzmassen *m* in Abhängigkeit vom Quadrat des Abstandes *r* zur Drehachse

© Copyright 2016 3B Scientific GmbH