

## Zweites Kepler'sches Gesetz

### BESTÄTIGUNG DES FLÄCHENSATZES FÜR ZENTRALE KRAFTBEWEGUNGEN

- Aufzeichnung der elliptischen Schwingung eines Pendels nach dem Staubmarkenverfahren.
- Vergleich der Geschwindigkeiten des Pendelkörpers bei minimalem und bei maximalem Abstand zur Ruhelage.
- Bestimmung der vom Radiusvektor des Pendelkörpers pro Zeitintervall überstrichenen Fläche bei minimalem und bei maximalem Abstand zur Ruhelage.

UE1030700

03/16 JS

### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Bei der Bewegung eines Planeten um die Sonne bleibt der Drehimpuls erhalten, da die auf den Planeten wirkende Kraft stets zum Zentrum der Bewegung gerichtet ist. Daraus lässt sich unmittelbar schlussfolgern, dass die Planetenbahn in einer festen Ebene liegen muss. Außerdem lässt sich das auch als Flächensatz bekannte zweite Kepler'sche Gesetz ableiten, wonach der Verbindungsstrahl von der Sonne zum Planeten in gleichen Zeitintervallen gleiche Flächen überstreicht.

Für die Gültigkeit des Flächensatzes spielt die genaue Abhängigkeit der Zentralkraft vom Abstand zum Kraftzentrum keine Rolle. Diese legt lediglich die Form der Bahn um das Kraftzentrum fest. So gilt der Flächensatz auch für die elliptischen Schwingungen eines Pendels um die Ruhelage, solange dessen Auslenkungswinkel nicht zu groß ist. Der Pendelkörper bewegt sich annähernd in einer horizontalen Ebene (siehe Fig. 1) und an jedem Bahnpunkt  $r$  wirkt eine rücktreibende Kraft

$$F = -\frac{m \cdot g}{d} \cdot r, \quad (1)$$

$g$ : Fallbeschleunigung,  $d$ : Pendellänge,  
 $m$ : Masse des Pendelkörpers)

die zur Ruhelage des Pendels hin gerichtet ist. Diese Kraft lässt den Drehimpuls

$$L = m \cdot r(t) \times \frac{\Delta r(t)}{\Delta t} \quad (2)$$

des Pendelkörpers unverändert. Daher ist auch die vom Radiusvektor  $r(t)$  pro Zeitintervall  $\Delta t$  überstrichene Fläche

$$\Delta A = \frac{1}{2} \cdot |r(t) \times \Delta r(t)| = \frac{1}{2} \cdot r(t) \cdot \Delta r(t) \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

konstant (siehe Fig. 2).

Im Experiment wird die Bewegung des Pendelkörpers nach der Staubmarkenmethode aufgezeichnet. Dazu gleitet die Schreibeletrode des Pendelkörpers auf einer isolierten Spu-

renplatte, die mit feinem Schwefelstaub bedeckt ist. Eine mit der Frequenz der Netzwechselspannung alternierende Spannung zwischen Schreibeletrode und Spurenplatte bewirkt je nach Polarität die elektrostatische Anziehung oder Abstoßung des Schwefelstaubes. Es wird eine Spur aus Zeitmarken aufgezeichnet, aus deren räumlichem Abstand unmittelbar die Geschwindigkeit des Pendelkörpers abgelesen werden kann.

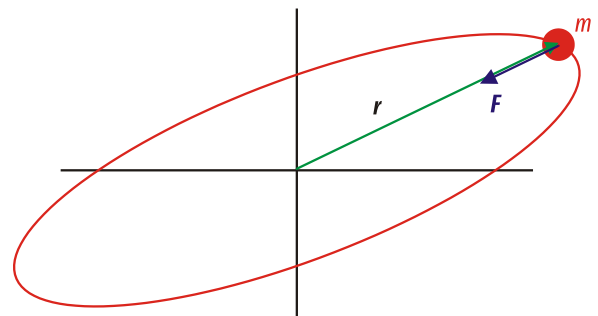


Fig. 1: Elliptische Schwingung des Pendelkörpers von oben betrachtet

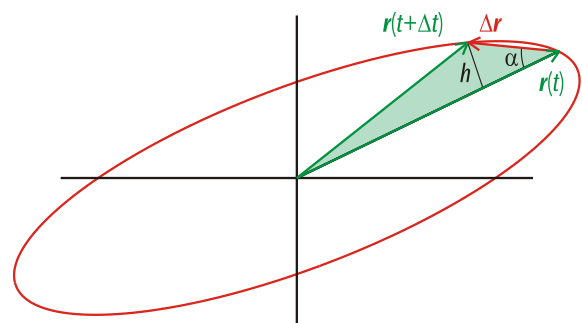


Fig. 2: Vom Radiusvektor des Pendelkörpers im Zeitintervall  $\Delta t$  überstrichene Fläche

### GERÄTELISTE

- |   |                    |
|---|--------------------|
| 1 Gerätesatz zur Staubmarkenregistrierung | 1000739 (U8400870) |
| 1 Pendel mit Schreibelektrode             | 1000780 (U8405640) |
| 2 Stativfüße, 3-Bein, 150 mm              | 1002835 (U13270)   |
| 2 Stativstangen, 1000 mm                  | 10002936 (U15004)  |
| 1 Stativstange, 750 mm                    | 1002935 (U15003)   |
| 3 Universalmuffen                         | 1002830 (U13255)   |

### AUFBAU



Fig. 3: Messanordnung

- Lange Stativstangen vertikal in Stativstützen festklemmen und an deren oberem Ende horizontal die kürzere Stativstange montieren (siehe Fig. 3).
- Schwefelpulver mit dem Pinsel in einer dünnen Schicht möglichst feinkörnig und gleichmäßig auf der gesamten Spurenplatte verteilen.
- Zur Aufhängen des Pendels den Metallstift am oberen Ende der Pendelkette in der dritten Universalmuffe festklemmen.
- Spurenplatte zwischen die beiden Stativfüße legen und Pendel mittig über der Spurenplatte ausrichten.
- Arretierung der Schreibelektrode lösen.
- Pendel durch vertikales Verschieben der Querstange und Drehen der Universalmuffe um die Querstange in der Höhe so justieren, dass die Schreibelektrode auch bei ausgelenktem Pendel Kontakt zur Spurenplatte hat.

### DURCHFÜHRUNG

- Transformator ans Netz anschließen.
- Einen Stecker in die Buchse der Spurenplatte stecken und den zweiten elektrisch leitend an einem Stativfuß festklemmen.
- Pendelkörper zu einer elliptischen Schwingung anstoßen, bei der sich die beiden Halbachsen der Ellipse deutlich unterscheiden.
- Pendelkörper nach Aufzeichnung einer oder maximal zweier Ellipsen anhalten und Aufzeichnung beenden.

### MESSBEISPIEL

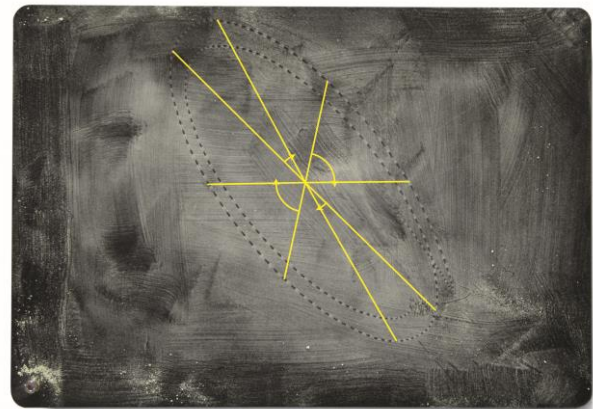


Fig. 4: Mit Netzfrequenz getaktete Spur des Pendelkörpers (gelb eingezeichnet: in 10 Schwingungsperioden vom Radiusvektor überstrichene Flächen bei minimalem und bei maximalem Abstand zum Zentrum)

### AUSWERTUNG

Zunächst ermittelt man grafisch das Zentrum der aufgezeichneten Spur und die Orte der Bahnkurve, an denen der Abstand zum Zentrum maximal bzw. minimal ist (siehe Fig. 4).

Für diese Orte der Bahnkurve wird die in 10 Schwingungsperioden der Wechselfrequenz vom Radiusvektor überstrichene Fläche bestimmt (siehe Fig. 4), wobei diese Fläche der Einfachheit halber als Dreieck angesetzt wird. Bei dieser Näherung wird die Krümmung der Bahn vernachlässigt. Den nicht erfassten Rest kann man in einer 2. Näherung noch einmal als Dreieck mit gleicher Grundseite  $g$  auffassen (siehe Tab. 1).

Die Summe  $F$  der beiden Dreiecksflächen aus 1. und 2. Näherung wird im Laufe der Pendelbewegung immer kleiner (siehe Tab. 1), da der Drehimpuls des Pendelkörpers infolge der Reibung immer kleiner wird.

Tab. 1: Ermittlung der vom Radiusvektor in 10 Schwingungsperioden überstrichenen Fläche  $F$

$g / \text{mm}$	1. Näherung		2. Näherung		Summe
	$h_1 / \text{mm}$	$F_1 / \text{mm}^2$	$h_2 / \text{mm}$	$F_2 / \text{mm}^2$	
37	125	2310	7	130	2440
87	53	2310	3	130	2440
34	122	2070	7	120	2190
82	51	2090	2	80	2170