

Schiefer Wurf

PUNKTWEISE AUFZEICHNUNG DER „WURFPARABELN“

- Bestimmung der Wurfweite in Abhängigkeit von Abwurfwinkel und Abwurfgeschwindigkeit.
- Berechnung der Abwurfgeschwindigkeit aus der maximalen Wurfweite.
- Punktweise Aufzeichnung der „Wurfparabeln“ in Abhängigkeit von Abwurfwinkel.
- Bestätigung des Superpositionsprinzips.

UE1030400

03/16 JS

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Die Bewegung einer Kugel, die im Gravitationsfeld unter einem Winkel zur Horizontalen abgeschossen wird, setzt sich nach dem Superpositionsprinzip aus einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit in Abwurfrichtung und einer Fallbewegung zusammen. Es resultiert eine parabelförmige Flugkurve, deren Höhe und Weite vom Abwurfwinkel α und der Abwurfgeschwindigkeit v_0 abhängt.

Zur Berechnung der Flugkurve legt man der Einfachheit halber den Ursprung des Koordinatensystems in den Kugelmittelpunkt zum Zeitpunkt des Starts und vernachlässigt außerdem die Luftreibung der Kugel. Dann behält die Kugel in horizontaler Richtung ihre Anfangsgeschwindigkeit

$$v_x(0) = v_0 \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

und erreicht daher zum Zeitpunkt t die horizontale Entfernung

$$x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \quad (2)$$

In vertikaler Richtung erfährt die Kugel unter dem Einfluss des Gravitationsfeldes die Fallbeschleunigung g . Zum Zeitpunkt t beträgt daher ihre Geschwindigkeit

$$v_y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t \quad (3)$$

und die vertikale Entfernung

$$y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (4)$$

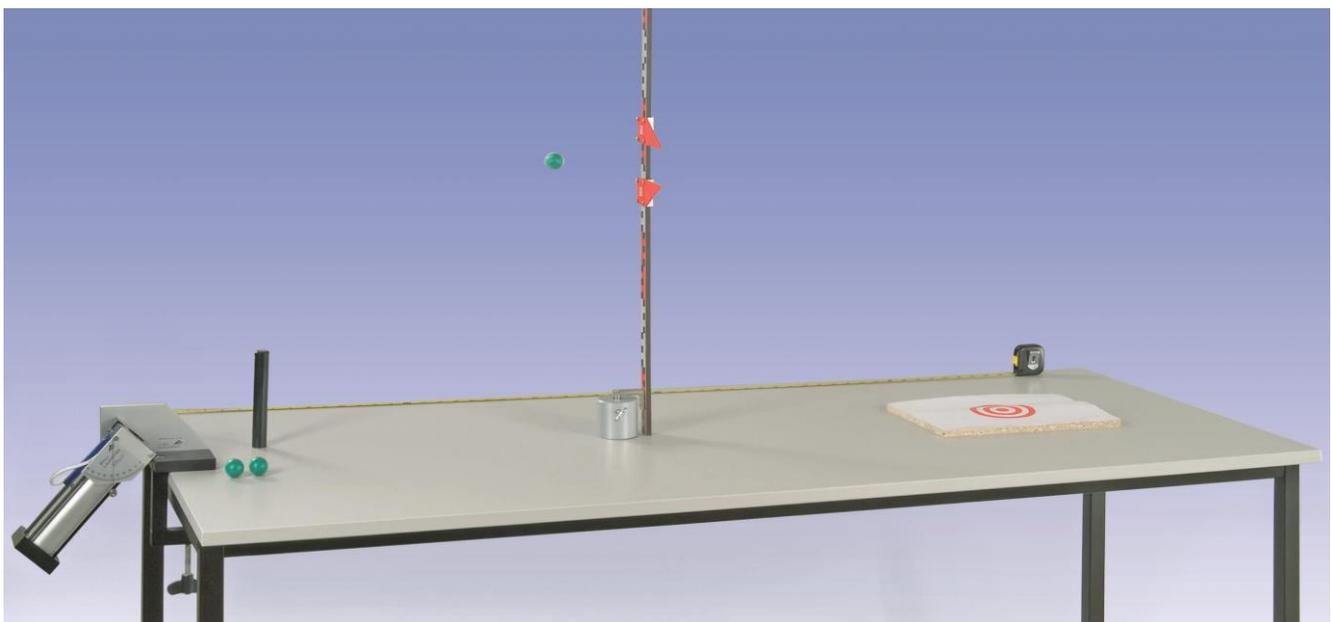


Fig. 1: Messanordnung zur punktweisen Aufzeichnung der „Wurfparabeln“

GERÄTELISTE

1	Wurfgerät	1002654 (U10360)
1	Halter für Wurfgerät	1002655 (U10361)
1	Höhenmaßstab, 1 m	1000743 (U8401560)
1	Satz Zeiger für Maßstäbe	1006494 (U8401570)
1	Tonnenfuß, 1 kg	1002834 (U13265)
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603 (U10073)

Die Flugkurve der Kugel hat die Form einer Parabel, da sie der Gleichung

$$y(x) = \tan \alpha \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{(v_0 \cdot \cos \alpha)^2} \cdot x^2 \tag{5}$$

genügt. Zum Zeitpunkt

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \tag{6}$$

erreicht die Kugel den höchsten Punkt der Parabel und zum Zeitpunkt

$$t_2 = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \tag{7}$$

wieder die Ausgangshöhe 0. Die Höhe der Parabel ist also

$$h = y(t_1) = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \sin^2 \alpha \tag{8}$$

und die Weite

$$s = x(t_2) = 2 \cdot \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \tag{9}$$

Im Experiment werden die Flugkurven einer Holzkugel in Abhängigkeit von Abwurfwinkel und Abwurfgeschwindigkeit unter Verwendung eines Höhenmaßstabes mit zwei Zeigern punktweise vermessen (siehe Fig. 3). Die horizontale Komponente x der Flugkurve ergibt sich aus dem mit einem Bandmaß bestimmten horizontalen Abstand X zur rechten Kante des Halters:

$$x = X + 110 \text{ mm} \tag{10}$$

Die vertikale Komponente y berechnet sich aus den Positionen Y_1 und Y_2 der beiden Zeiger unter der Annahme, dass die Kugel genau mittig hindurch fliegt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass der Nullpunkt der Höhenmessung in Höhe der Tischoberkante liegt, während die Kugel 37,5 mm darüber startet:

$$y = \frac{Y_2 + Y_1}{2} - 37,5 \text{ mm} \tag{11}$$

Die maximale Abweichung des berechneten Wertes vom wahren Wert beträgt

$$\Delta y = \frac{Y_2 - Y_1}{2} - 12,5 \text{ mm} \tag{12}$$

AUFBAU

- Halter für Wurfgerät an der Stirnseite eines mindestens 2 m langen Tisches festklemmen und Wurfgerät gemäß Bedienungsanleitung montieren.
- Bandmaß – an der rechten Kante des Halters für Wurfgerät beginnend – ausrollen und auf dem Tisch fixieren.
- Zielscheibe aus Fig. 2 auf einer 25 mm dicken Unterlage auf dem Tisch in einiger Entfernung zum Wurfgerät anordnen.
- Dahinter eine „auffangende“ Wand für die weiterspringende Kugel aufbauen.



Fig. 2: Zielscheibe für die Landung der Kugel

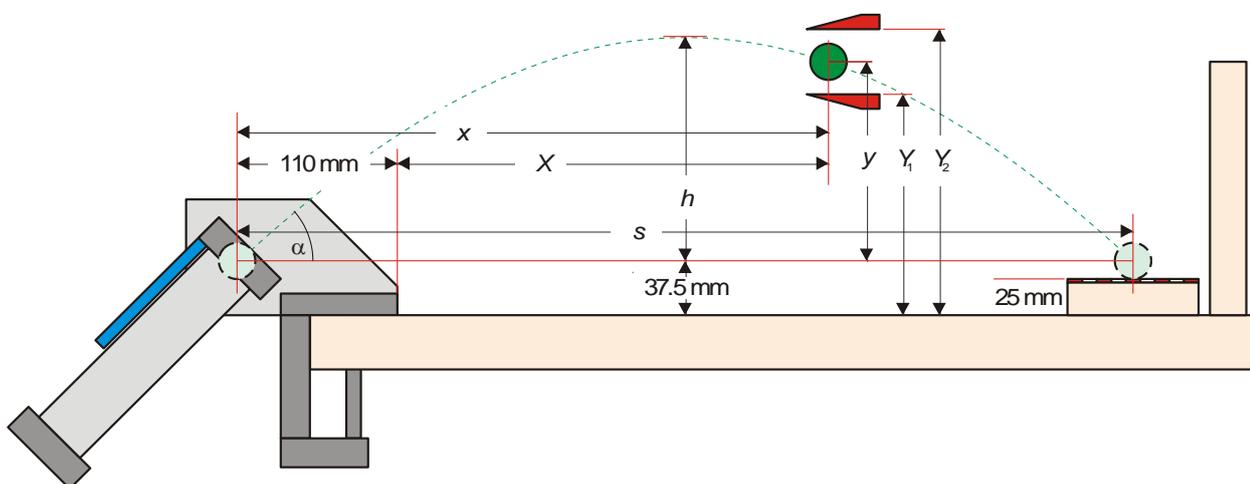


Fig. 3: Schematische Darstellung

SICHERHEITSHINWEISE

Obwohl die Wurfenergie der Kugel nur sehr gering ist, darf die Kugel auf keinen Fall ins Auge treffen.

- Nie in den Lauf des Wurfgerätes blicken!
- Kugelposition darf nur durch die seitlichen Bohrungen des Wurfgerätes überprüfen.
- Vor dem Abwurf sicherstellen, dass sich keine Personen in der Flugbahn befinden.

DURCHFÜHRUNG

Bestimmung der Wurfweite in Abhängigkeit vom Abwurfwinkel:

- Abwurfwinkel $\alpha = 30^\circ$ einstellen.
- Zielscheibe in etwa 1 m Entfernung anordnen.
- Wurfgerät gemäß Bedienungsanleitung bis zur kleinsten Federspannung laden.
- Kugel abwerfen und Bahn der Kugel verfolgen.
- Zielscheibe zum Auftreffpunkt der Kugel verschieben.
- Abwurf der Kugel wiederholen und Position der Zielscheibe solange korrigieren, bis die Kugel im Zentrum der Zielscheibe landet.
- Entfernung X des Zentrums der Zielscheibe ermitteln und in die Tab. 1 eintragen.
- Messung nacheinander auch für die Abwurfwinkel $\alpha = 45^\circ, 60^\circ$ und 75° durchführen.
- In Tab. 1 aus den Entfernungen X gemäß (10) die Wurfweiten s berechnen.

Bestimmung der maximalen Wurfweite in Abhängigkeit von der Abwurfgeschwindigkeit:

- Abwurfwinkel $\alpha = 45^\circ$ einstellen.
- Wurfgerät gemäß Bedienungsanleitung bis zur mittleren Federspannung laden.
- Kugel abwerfen und Bahn der Kugel verfolgen.
- Zielscheibe zum Auftreffpunkt der Kugel verschieben.
- Abwurf der Kugel wiederholen und Position der Zielscheibe solange korrigieren, bis die Kugel im Zentrum der Zielscheibe landet.
- Entfernung X des Zentrums der Zielscheibe ermitteln und in die Tab. 2 eintragen.
- Messung auch für die maximale Federspannung durchführen.
- In Tab. 2 aus den Entfernungen X gemäß (10) die maximalen Wurfweiten s_{max} berechnen.

Punktweise Aufzeichnung der „Wurfparabeln“ in Abhängigkeit von Abwurfwinkel:

- Abwurfwinkel $\alpha = 30^\circ$ einstellen und Zielscheibe so positionieren, dass die Kugel bei minimaler Federspannung im Zentrum landet.
- Höhenmaßstab im Tonnenfuß montieren und bei $X = 100$ mm aufstellen.
- Zeigerpaar bei $Y_1 = 110$ mm und $Y_2 = 140$ mm anordnen.
- Kugel bei minimaler Federspannung abwerfen und überprüfen, ob sie ungehindert im Zentrum der Zielscheibe landet.
- Ggf. Position der Zeiger solange korrigieren, bis die Kugel im Zentrum der Zielscheibe landet.
- Werte X, Y_1 und Y_2 in die Tab. 3 eintragen und daraus x, y und Δy berechnen.
- Abstände X in Schritten von 50 mm erhöhen und jeweils die Position der Zeiger solange korrigieren, bis die Kugel bei minimaler Federspannung im Zentrum der Zielscheibe landet.
- Messungen auch für die Abwurfwinkel $\alpha = 45^\circ, 60^\circ$ und 75° durchführen und Ergebnisse in die Tab. 4, 5 und 6 eintragen.
- Soweit genügend Experimentierplatz zur Verfügung steht Messungen auch für höhere Federspannungen durchführen.

MESSBEISPIEL

Bestimmung der Wurfweite in Abhängigkeit vom Abwurfwinkel:

Tab. 1: Wurfweite in Abhängigkeit vom Abwurfwinkel bei minimaler Abwurfgeschwindigkeit

α	X / mm	s / mm
30°	920	1030
45°	1100	1210
60°	910	1020
75°	465	575

Tab. 2: Maximale Wurfweite in Abhängigkeit von der Abwurfgeschwindigkeit

Federspannung	X / mm	s_{max} / mm	$v_0 / \text{m/s}$
1	1100	1210	3,45
2	2230	2340	4,79
3	4490	4600	6,72

Punktweise Aufzeichnung der „Wurfparabeln“ in Abhängigkeit von Abwurfwinkel:

Tab. 3: Koordinaten der Flugkurve zum Abwurfwinkel $\alpha = 30^\circ$:

X / mm	x / mm	Y ₁ / mm	Y ₂ / mm	y / mm	Δy / mm
100	210	110	140	87,5	2,5
150	260	135	165	112,5	2,5
200	310	155	185	132,5	2,5
250	360	165	195	142,5	2,5
300	410	175	205	152,5	2,5
350	460	180	210	157,5	2,5
400	510	185	215	162,5	2,5
450	560	185	215	162,5	2,5
500	610	180	210	157,5	2,5
550	660	175	205	152,5	2,5
600	710	165	200	145,0	5
650	760	150	185	130,0	5
700	810	140	170	117,5	2,5
750	860	120	155	100,0	5

Tab. 4: Koordinaten der Flugkurve zum Abwurfwinkel $\alpha = 45^\circ$:

X / mm	x / mm	Y ₁ / mm	Y ₂ / mm	y / mm	Δy / mm
0	110	120	155	100	5
50	160	160	195	140	5
100	210	195	225	172,5	2,5
150	260	225	260	205	5
200	310	255	290	235	5
250	360	275	310	255	5
300	410	295	330	275	5
350	460	310	345	290	5
400	510	325	355	302,5	2,5
450	560	330	360	307,5	2,5
500	610	330	360	307,5	2,5
550	660	325	355	302,5	2,5
600	710	320	350	297,5	2,5
650	760	310	340	287,5	2,5
700	810	290	320	267,5	2,5
750	860	270	305	250	5
800	910	245	285	227,5	7,5
850	960	220	255	200	5
900	1010	185	225	167,5	7,5
950	1060	145	190	130	10
1000	1110	110	150	92,5	7,5

Tab. 5: Koordinaten der Flugkurve zum Abwurfwinkel $\alpha = 60^\circ$:

X / mm	x / mm	Y ₁ / mm	Y ₂ / mm	y / mm	Δy / mm
0	11	195	245	182,5	12,5
50	16	260	305	245	10
100	21	310	350	292,5	7,5
150	26	370	410	352,5	7,5
200	31	405	440	385	5
250	36	440	485	425	10
300	41	465	495	442,5	2,5
350	46	480	510	457,5	2,5
400	51	480	510	457,5	2,5
450	56	475	505	452,5	2,5
500	61	460	490	437,5	2,5
550	66	435	470	415	5
600	71	405	445	387,5	7,5
650	76	355	400	340	10
700	81	310	355	295	10
750	86	245	295	232,5	12,5
800	91	170	240	167,5	22,5

Tab. 6: Koordinaten der Flugkurve zum Abwurfwinkel $\alpha = 75^\circ$:

X / mm	x / mm	Y ₁ / mm	Y ₂ / mm	y / mm	Δy / mm
0	110	310	430	332,5	47,5
50	160	450	510	442,5	17,5
100	210	525	570	510	10
150	260	575	605	552,5	2,5
200	310	575	610	555	5
250	360	540	585	525	10
300	410	470	525	460	15
350	460	360	440	362,5	27,5
400	510	225	320	235	35

AUSWERTUNG

Bestimmung der Wurfweite in Abhängigkeit vom Abwurfwinkel:

Fig. 4 stellt die Abhängigkeit der Wurfweite s vom Abwurfwinkel α anhand der Messwerte aus Tab. 1 grafisch dar. Die eingezeichnete Kurve durch die Messpunkte wurde für $v_0 = 3,42 \text{ m/s}$ gemäß (9) berechnet.

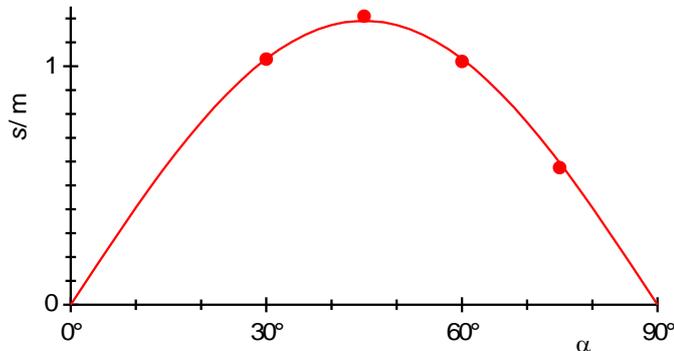


Fig. 4: Wurfweite in Abhängigkeit vom Abwurfwinkel

Beim Abschusswinkel $\alpha = 45^\circ$ wird die größte Weite s_{\max} aller Flugkurven erreicht.

Bestimmung der maximalen Wurfweite s_{\max} in Abhängigkeit von der Abwurfgeschwindigkeit v_0 :

Aus der bei 45° erzielten maximalen Wurfweite s_{\max} lässt sich die Abwurfgeschwindigkeit v_0 berechnen. Wegen Gl. 9 gilt

$$v_0 = \sqrt{g \cdot s_{\max}}$$

Die Ergebnisse sind in Tab. 2 aufgeführt.

Punktweise Aufzeichnung der „Wurfparabeln“ in Abhängigkeit von Abwurfwinkel:

Fig. 5 zeigt die in den Tab. 3 bis 6 gelisteten Flugkurven in grafischer Darstellung. Eine genaue Analyse zeigt, dass die Flugkurven geringfügig von der Parabelform abweichen, weil die Luftreibung der Kugel berücksichtigt werden muss.

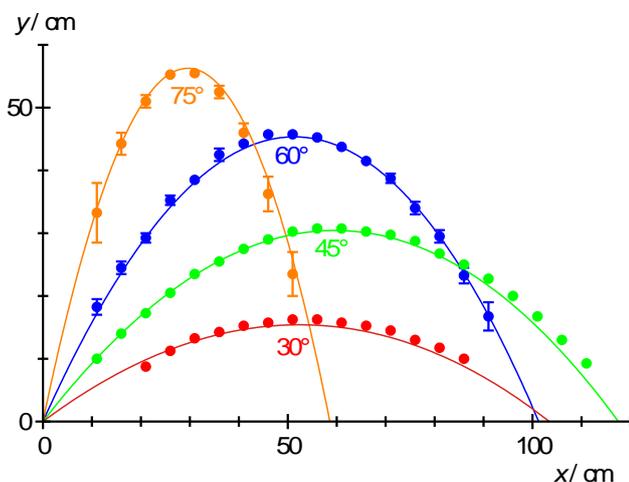


Fig. 5: Gemessene und unter Berücksichtigung der Luftreibung berechnete Wurfparabeln bei minimaler Abwurfgeschwindigkeit und verschiedenen Abwurfwinkeln.