Kräfteparallelogramm

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG DER VEKTORADDITION VON KRÄFTEN

- Grafische Untersuchung des Gleichgewichts dreier beliebiger Einzelkräfte.
- Analytische Untersuchung des Gleichgewichts bei symmetrischer Ausrichtung von F_1 und F_2.

UE1020300

05/15 JS

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Kräfte sind Vektoren, d.h. sie werden gemäß den Regeln der Vektoraddition addiert. Zur Addition wird – grafisch interpretiert – der Startpunkt des zweiten Vektors an den Endpunkt des ersten Vektors gelegt. Der Pfeil vom Startpunkt des ersten Vektors bis zum Endpunkt des zweiten Vektors repräsentiert den Ergebnisvektor. Fasst man die beiden Vektoren als Seiten eines Parallelogramms auf, ist der Ergebnisvektor die Diagonale (siehe Fig. 1).

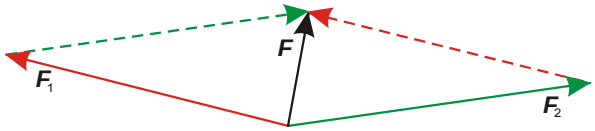

Fig. 1: Vektoraddition von Kräften (Kräfteparallelogramm)

Auf dem Kräftetisch kann die Vektoraddition von Kräften einfach und übersichtlich überprüft werden. Dazu liegt der Angriffspunkt dreier Einzelkräfte im Kräftegleichgewicht genau in der Mitte. Man bestimmt die Beträge der Einzelkräfte aus den angehängten Massen und liest ihre Richtung als Winkel auf einer Winkelskala ab.

Im Kräftegleichgewicht ist die Summe der Einzelkräfte

$$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 = 0 \qquad (1)$$

Also ist die Kraft - $\boldsymbol{F}_3$ die Summe der Einzelkräfte $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ (siehe Fig. 2):

$$-\boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 \qquad (2)$$

Für die zur Summe $\boldsymbol{F}$ parallele Vektorkomponente gilt

$$-F_3 = F = F_1 \cdot \cos\alpha_1 + F_2 \cdot \cos\alpha_2 \qquad (3)$$

und für die dazu senkrechte Komponente

$$0 = F_1 \cdot \sin\alpha_1 + F_2 \cdot \sin\alpha_2 \qquad (4)$$

Die Gleichungen 3 und 4 beschreiben die Vektoraddition analytisch. Zur experimentellen Überprüfung ist es zweckmäßig, die Kraft $\boldsymbol{F}_3$ auf den Winkel 0 zu legen.

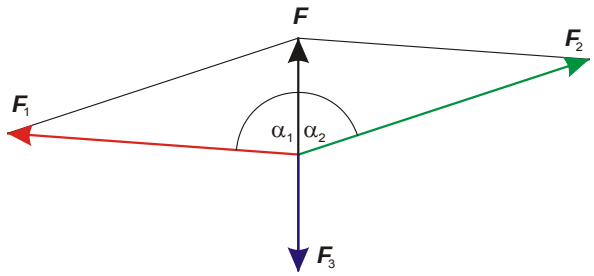

Fig. 2: Bestimmung der Vektorsumme zweier Kräfte $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ aus der das Gleichgewicht haltenden Kraft $\boldsymbol{F}_3$.

Alternativ zur analytischen Betrachtung kann das Kräftegleichgewicht auch grafisch untersucht werden. Hierzu werden zunächst alle drei Kräfte vom zentralen Angriffspunkt ausgehend mit Ihrem Betrag und ihrem Winkel gezeichnet. Anschließend werden die Kräfte $\boldsymbol{F}_2$ und $\boldsymbol{F}_3$ parallel verschoben, bis der Anfangspunkt am Ende des vorhergehenden Vektors liegt. Als Resultat erwartet man den Ergebnisvektor 0 (siehe Fig. 3). Dies wird im Experiment für drei beliebige, das Gleichgewicht haltende Einzelkräfte nachvollzogen.

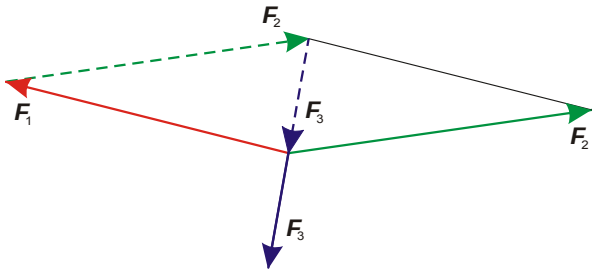

Fig. 3: Grafische Untersuchung des Gleichgewichts dreier beliebig ausgerichteter drei Einzelkräfte.

Die analytische Betrachtung beschränkt sich im Experiment auf den Spezialfall, dass die beiden Kräfte $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ symmetrisch zu $\boldsymbol{F}_3$ liegen.

GERÄTELISTE

1 Kräftetisch 1000694 (U52004)

AUFBAU

Fig. 4: Messanordnung

- Kräftetisch auf einer ebenen Unterlage aufbauen.
- Umlenkrollen der drei Kraftarme bei 60°, 180° und 300° festklemmen.
- Schnüre mittels Befestigungsklammer am weißen Ring einhängen, über eine Umlenkrolle führen und mit einem kompletten Satz Schlitzgewichte belasten.
- Überprüfen, ob der weiße Ring symmetrisch zum Zentrum des Tisches ausgerichte.
- Ggf. die Ausrichtung des Tisches und die Führung der Schnüre korrigieren.

DURCHFÜHRUNG

a) Symmetrische Ausrichtung von F_1 und F_2:

- Kraftarm F_3 weiterhin bei 180° lassen.
- Kraftarme F_1 und F_2 bei 10° und 350° (-10°) festklemmen und mit 100 g belasten.
- Belastung des Kraftarmes F_3 so wählen, dass sich der weiße Ring in Gleichgewichtsposition befindet, und angehängte Masse m_3 in der Tabelle 1 notieren.
- Kraftarme F_1 und F_2 bei 20° und 340° (-20°) festklemmen und durch geeignete Wahl der Masse m_3 das Gleichgewichts wiederherstellen.
- Nacheinander zu den Winkel α_1 = 30°, 40°, 50°, 60°, 70° und 90° wechseln, jeweils die Masse m_3 zur Herstellung des Gleichgewichts bestimmen und in Tabelle 1 notieren.

b) Allgemeine Ausrichtung der Kraftarme:

- Kraftarm F_1 bei 340° festklemmen und mit 50 g belasten.
- Kraftarm F_2 bei 80° festklemmen und mit 70 g belasten.
- Kraftarm F_3 so ausrichten und belasten, dass Kräftegleichgewicht herrscht.

MESSBEISPIEL

a) Symmetrische Ausrichtung von F_1 und F_2:

Tab. 1: Für das Kräftegleichgewicht erforderliche Masse m_3 und daraus berechnete Kraft F_3 in Abhängigkeit vom Winkel α_1 ($m_1 = m_2$ = 100 g, $F_1 = F_2$ = 100 g)

α_1	m_3 (g)	F_3 (N)
10°	200	2,00
20°	190	1,90
30°	170	1,70
40°	155	1,55
50°	130	1,30
60°	200	2,00
70°	70	0,70
90°	0	0,00

b) Allgemeine Ausrichtung der Kraftarme:

Tab. 2: Winkel α_i der Kraftarme, angehängte Massen m_i und daraus berechnete Kräfte F_i

α_1	m_1 (g)	F_1 (N)	α_2	m_2 (g)	F_2 (N)	α_3	m_3 (g)	F_3 (N)
350°	50	0,5	80°	70	0,7	221°	80	0,8

AUSWERTUNG

a) Symmetrische Ausrichtung von F_1 und F_2:

Im symmetrischen Fall ($F_1 = F_2$ und $\alpha_1 = -\alpha_2$) ist Gleichung 4 in trivialer Weise erfüllt. Aus Gleichung 3 wird die Bestimmungsgleichung für die Summenkraft

$$F = 2 \cdot F_1 \cdot \cos\alpha_1 .$$

Mit dieser Bestimmungsgleichung wurde die in Fig. 5 eingezeichnete Kurve berechnet, die im Rahmen der Messgenauigkeit mit den Messdaten der Tab. 1 übereinstimmt.

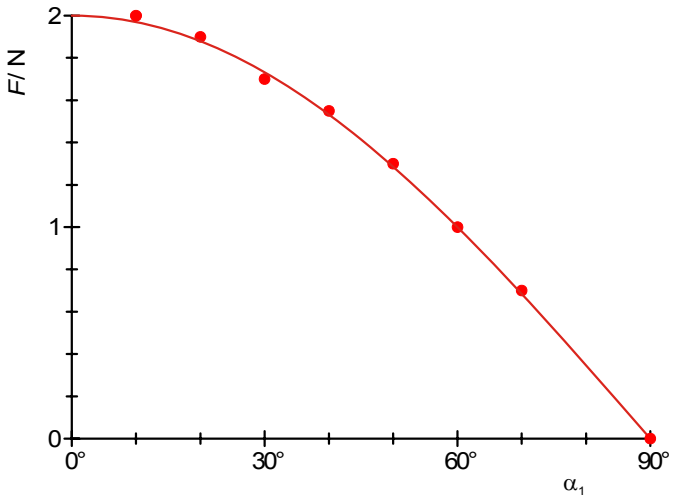

Fig. 5: Gemessene und berechnete Summe zweier symmetrischer Kräfte in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α_1.

b) Allgemeine Ausrichtung der Kraftarme:

Zur grafischen Auswertung der Messdaten aus Tab. 2 werden zunächst alle drei Kräfte vom zentralen Angriffspunkt ausgehend mit Ihrem Betrag und ihrem Winkel gezeichnet. Anschließend werden die Kräfte F_2 und F_3 parallel verschoben, bis der Anfangspunkt am Ende des vorhergehenden Vektors liegt.

Der Ergebnisvektor hat im Rahmen der Messgenauigkeit die Länge 0.

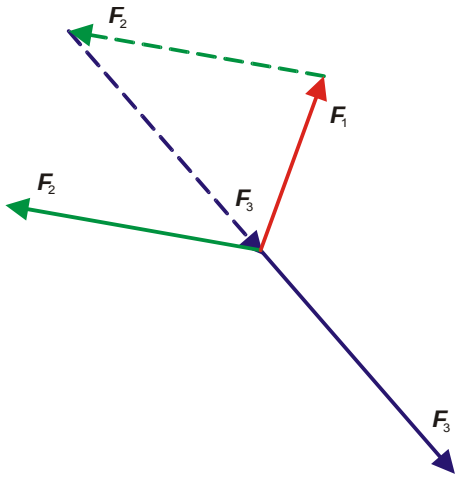

Fig. 6: Grafische Darstellung der Kräfte zu den Messdaten aus Tab. 2 und der Summe aller Kräfte.

© Copyright 2015 3B Scientific GmbH