# Kugelpendel 1017332

## Bedienungsanleitung

10/15 ALF

### 1. Beschreibung

Eine rollende Kugel bewegt sich in einem konkaven Acrylglaskörper mit sphärischer Krümmung. Ein Spezialfall dieser Bewegung ist die Schwingung um ihre Gleichgewichtslage wie ein mathematisches Pendel. Dabei entspricht der Krümmungsradius des Acrylglaskörpers der Pendellänge. Ein weiterer Spezialfall ist die Kreisbewegung um die Senkrechte wie ein Kegelpendel.

Drei Stahlkugeln gehören zum Lieferumfang.

Mathematisch wird die Zeitabhängigkeit des Ortes der schwingenden Kugel durch den Ortsvektor in Kugelkoordinaten beschrieben:

$$(1)\quad \vec{r}(t) = \left(R, \theta(t), \phi(t)\right)$$

*R*: Krümmungsradius = Pendellänge

$\theta$: Polarwinkel, Auslenkung aus der Gleichgewichtslage

$\phi$: Azimutwinkel, Rotation um die Senkrechte

Für die potentielle Energie ergibt sich dann

$$(2)\quad E_{\text{pot}} = -m \cdot g \cdot R \cdot \cos\theta$$

und für die kinetische Energie

$$(3)\quad \begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \left(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2\theta\right) \end{aligned}.$$

Der Punkt symbolisiert die zeitliche Ableitung einer Größe. Aus der potentiellen und der kinetischen Energie folgen zwei gekoppelte Differentialgleichungen mit dem Polarwinkel $\theta$ und dem Azimutwinkel $\phi$ als Variablen. Die Gleichungen besitzen u.a. folgende ausgezeichnete Löungen:

1) $\theta = 0$
   Die Kugel ruht in ihrer stabilen Gleichgewichtslage im Zentrum des Acrylglaskörpers.

2) $\dot{\phi} = 0$

Die Kugel schwingt um ihre Gleichgewichtslage wie ein mathematisches Pendel. Die Schwingungsdauer beträgt:

(4) $$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{7}{5} \cdot \frac{R}{g}}\,.$$

*g*: Erdbeschleunigung

3) $$\dot{\phi} = \sqrt{\frac{g}{R \cdot \cos\theta}}$$

Die Kugel bewegt sich um die Senkrechte im Kreis wie ein Kegelpendel.

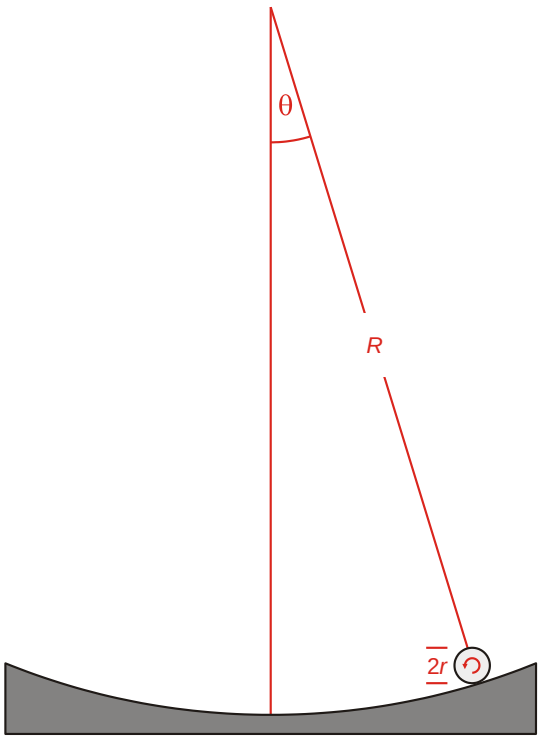


Fig. 1 Schematische Darstellung des Kugelpendels

## 2. Technische Daten

| | |
|---|---|
| Krümmungsradius: | 200 mm |
| Durchmesser: | 140 mm |
| Kugeldurchmesser: | 16 mm |

## 3. Bedienung

- Die in der Beschreibung genannten Spezialfälle 2) und 3) der Bewegung der Kugel im Acrylglaskörper realisieren.
- Für den Spezialfall 2) des mathematischen Pendels die Periodendauer *T* mit Hilfe einer Stoppuhr messen und Formel (4) verifizieren.


© Copyright 2015 3B Scientific GmbH