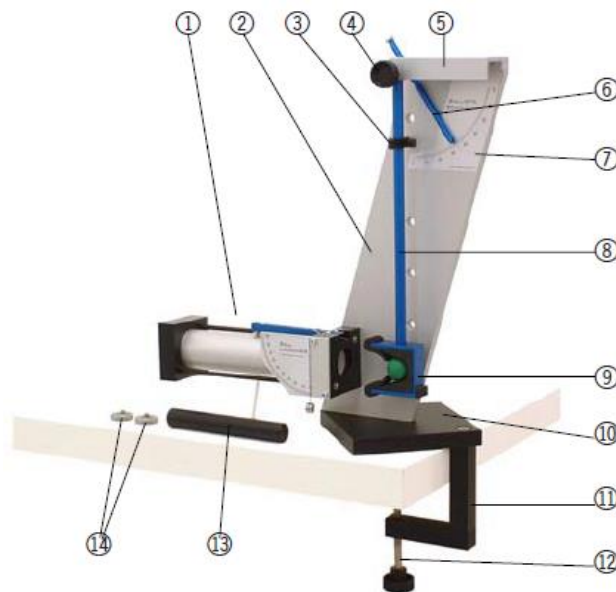


1002656 Ballistisches Pendel

Bedienungsanleitung

12/15 MH



- 1 Wurfgerät 1002654
- 2 Trägerplatte
- 3 Mitnehmer für Schleppzeiger
- 4 Lagerschraube
- 5 Gegenlager
- 6 Schleppzeiger
- 7 Winkelskala
- 8 Pendel
- 9 Kugelfänger
- 10 Grundplatte
- 11 Tischklemme
- 12 Rändelschraube
- 13 Ladestock (bei 1002654)
- 14 2 Zusatzgewichte, 2 Stück

Abb.1: Komponenten

1. Sicherheitshinweise

- In dieser Bedienungsanleitung wird im Wesentlichen auf das ballistische Pendel eingegangen, die Bedienungsanleitung des Wurfgerätes 1002654 ist ebenfalls zu beachten.
- Zum Überprüfen, ob sich eine Kugel im Wurfgerät befindet und die Feder gespannt ist, sind ausschließlich die seitlichen Beobachtungsbohrungen zu nutzen. Es ist verboten, von vorn in die Mündung zu sehen. Verletzungsgefahr!
- Niemals auf Menschen zielen!
- Während der Versuche ist eine Schutzbrille zu tragen.
- Das Wurfgerät immer mit entspannter Feder und ohne Kugel im Lauf lagern.

2. Beschreibung

Das ballistische Pendel dient zur experimentellen Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit der Kugel beim Austritt aus dem Wurfgerät. Weiterhin können Wurfparabeln beim horizontalen oder schiefen Wurf ermittelt werden, wobei Abwurfhöhen von 5, 10, 15, 20 und 30 cm einfach durch vorgegebene Bohrungen eingestellt werden können. Durch das extrem leichte Pendel können die Versuche mit vergleichsweise ungefährlichen Kunststoffkugeln – statt Stahlkugeln – durchgeführt werden. Dabei sind sowohl die Versuche zum plastischen (quantitativ) als auch zum elastischen (qualitativ) Stoß auswertbar. Die aus Wurf- und Pendelversuchen ermittelten Kugelgeschwindigkeiten stimmen typischerweise auf etwa 3% überein. Durch Zusatzgewichte können unterschiedliche Pendelausschläge bei konstanter Kugelgeschwindigkeit untersucht werden.

3. Bedienung und Wartung

- Zunächst wird das ballistische Pendel mit der Tischklemme an eine stabile Arbeitsplatte geschraubt. Dann wird das Wurfgerät entweder wie in Abb. 1 gezeigt horizontal vor das Pendel oder wie in Abb. 3 zu sehen ist von hinten an die Trägerplatte (2) geschraubt.
Tipp: Wenn die Arbeitsplatte nicht stabil genug ist, kann es vorkommen, dass nach dem Maximalausschlag des Pendels beim Zurückschwingen desselben ein Ruck durch den Aufprall gegen das Wurfgerät auftritt, der zur Verstellung des Schleppzeigers führt. In diesem Fall sollte das Pendel von Hand abgefangen werden.
- Das Laden des Wurfgerätes mit einer Kugel erfolgt immer bei entspannter Feder, indem eine Kugel lose in den vorderen Teil des inneren Kunststoffzylinders gelegt wird. Danach wird die Kugel mit dem Ladestock in den Lauf geschoben, bis die gewünschte Federspannung erreicht ist. Das Herausziehen des Ladestocks sollte nicht zu schnell erfolgen, da andernfalls der entstehende Sog die Kugel mitreißen könnte. Eine Kontrolle der Kugelposition darf nur durch die seitlichen Beobachtungsbohrungen erfolgen. Nie in den Lauf blicken!
- Vor dem Abwurf ist sicherzustellen, dass sich keine Personen in der Flugbahn befinden. Zum Abwurf wird kurz an der Schnur des Abzugshebels gezogen, wobei der Zug etwa senkrecht zum Hebel erfolgen sollte.
- Das Pendel (8) kann durch Lösen der Lagerschraube (4) abgebaut und um 180° gedreht mit der Rückseite des Kugelfängers (9) zum Wurfgerät zeigend wieder eingebaut werden (Versuche zum elastischen Stoß). Das Gegenlager (5) ist so konstruiert, dass das Pendel bei nur sehr leicht angezogener Lagerschraube etwas schief hängt, wodurch sich der Kugelfänger nicht exakt vor der Mündung des Wurfgerätes befindet. Daher ist die Lagerschraube solange anzuziehen, bis Kugelfänger und Mündung fluchten.
- Nach dem Umdrehen des Pendels oder bei Bedarf ist der Mitnehmer (3) für den Schleppzeiger (6) so einzustellen, dass er den Schleppzeiger gerade berührt, wenn das Pendel ruhig hängt. Die Schraube des Mitnehmers sollte nur mit den Fingern gedreht werden, um Druckstellen im Pendelstab zu vermeiden.

- **Wartung:** Das ballistische Pendel ist prinzipiell wartungsfrei. Bei Bedarf kann etwas säurefreies Fett (Vaseline) an die Lagerschraube (4) und die Rändelschraube (12) gegeben werden. Außer im Bereich der Skala kann es ggf. mit Aceton, Ethanol (Spiritus) oder Waschbenzin gereinigt werden. Das Eintauchen in Wasser ist zu vermeiden.

4. Versuchsdurchführung und Auswertung

4.1 Ballistisches Pendel

4.1.1. Versuchsaufbau

- Der Versuchsaufbau entspricht Abb. 1 für Versuche zum plastischen Stoß. Für Versuche zum elastischen Stoß ist das Pendel um 180° zu drehen (vergl. Abschnitt 3 „Bedienung“).

4.1.2. Versuchsdurchführung

- Es ist zweckmäßig, bei den Versuchen die Versuchsnummer, die Federspannung (1, 2 oder 3), die Stoßart (plastisch „p“ oder elastisch „e“), die Anzahl der verwendeten Zusatzgewichte sowie den Winkelmesswert φ zu notieren. Um möglichst genaue Versuchsergebnisse zu erhalten, sollte nach dem ersten Schuss noch ein weiterer abgegeben werden, wobei der Schleppzeiger nicht auf 0° zurückgestellt wird. Auf diese Weise werden die unvermeidlichen Reibungsverluste des Schleppzeigers minimiert. Beispiel einer Versuchsreihe:

Nr.	Feder-spannung	Stoß-art	Zusatz-gewichte	Winkel φ
1	1	p	0	17,5
2	2	p	0	25,0
3	3	p	0	36,0
4	1	p	2	9,5
5	2	p	2	13,5
6	3	p	2	19,0
7	1	e	0	29,5
8	2	e	0	42,0
9	3	e	0	60,0

4.1.3. Versuchsauswertung

4.1.3.1 Plastischer Stoß

Für das schwingende Pendel gilt der Energieerhaltungssatz in der Form

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \quad (1)$$

wobei für die potentielle Energie

$$E_{\text{pot}} = m_{\text{ges}} \cdot g \cdot \Delta h \quad (2)$$

gilt. Hier ist m_{ges} die Gesamtmasse des Pendels incl. Kugel und ggf. Zusatzgewichten, g ist die Erdbeschleunigung und Δh ist die Höhendifferenz des Pendelschwerpunktes zwischen Ruhelage und maximaler Auslenkung.

Mit dem gemessenen Winkel φ und der gemessenen Schwerpunktslänge l_s gemäß Abb. 2 ergibt sich:

$$\Delta h = l_s \cdot (1 - \cos \varphi) \quad (3)$$

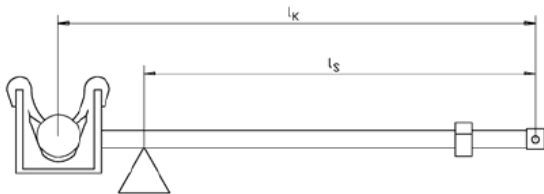


Abb. 2: Zur Auswertung benötigte Längen. Der Abstand „Schwerpunkt - Drehpunkt“ (l_s) ist beim plastischen Stoß incl. Kugel und Zusatzgewichten zu messen. Zur Messung kann das Pendel beispielsweise auf einem hochkant gestellten Lineal ausbalanciert werden. Der Abstand „Kugelmittle - Drehpunkt“ beträgt $l_k = 280 \text{ mm}$.

Die kinetische Energie berechnet sich mit dem Trägheitsmoment I_{ges} bezogen auf den Pendel-Drehpunkt und der maximalen Winkelgeschwindigkeit ω gemäß:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot I_{\text{ges}} \cdot \omega^2 \quad (4)$$

Werden die Gln. 2 und 4 in Gl. 1 eingesetzt und Δh durch Gl. 3 eliminiert, dann folgt nach Umformung:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot m_{\text{ges}} \cdot g \cdot l_s \cdot (1 - \cos \varphi)}{I_{\text{ges}}}} \quad (5)$$

Gesucht ist aber nicht ω , sondern die Anfangsgeschwindigkeit der Kugel v_0 . Der Zusammenhang zwischen den beiden Größen ergibt sich aus dem Drehimpulserhaltungssatz

(Drallerhaltung) unmittelbar vor und nach dem Stoß:

$$L_K = L_{\text{ges}} \quad (6)$$

Mit dem „Drall“ der Kugel

$$L_K = m_K \cdot l_K \cdot v_0 \quad (7)$$

vor dem Stoß und dem Gesamtdrall

$$L_{\text{ges}} = I_{\text{ges}} \cdot \omega \quad (8)$$

nach dem Stoß. Einsetzen der Gln. 7 und 8 in Gl. 6 ergibt

$$m_K \cdot l_K \cdot v_0 = I_{\text{ges}} \cdot \omega \quad (9)$$

Dies nach ω aufgelöst und mit Gl. 5 gleichgesetzt führt auf den gesuchten Zusammenhang

$$v_0 = \frac{1}{m_K \cdot l_K} \cdot \sqrt{2 I_{\text{ges}} m_{\text{ges}} g l_s (1 - \cos \varphi)} \quad (10)$$

Das Trägheitsmoment ist prinzipiell gemäß

$$I_{\text{ges}} = \int_m l^2 dm \quad (11)$$

zu ermitteln, wobei l der jeweilige Abstand eines Massenelements dm vom Drehpunkt ist. Da hier nicht die Ermittlung von Trägheitsmomenten Ziel der Betrachtungen ist, kann I_{ges} auch aus der Schwingungsdauer T des Pendels (mit Kugel und ggf. Zusatzgewichten) berechnet werden. Für ein physikalisches Pendel gilt bei kleinen Ausschlägen:

$$I_{\text{ges}} = m_{\text{ges}} g l_s \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \quad (12)$$

Damit sind jetzt alle Größen bekannt oder berechenbar. Für obiges Beispiel mit $m_K = 0,00695 \text{ kg}$ ergibt sich:

Nr.	m_{ges} in kg	l_s in m	T in s	v_0 in m/s
1	0,06295	0,218	1,01	3,39
2	0,06295	0,218	1,01	4,82
3	0,06295	0,218	1,01	6,88
4	0,09795	0,252	1,07	3,51
5	0,09795	0,252	1,07	4,98
6	0,09795	0,252	1,07	6,99

Die Zahlenwerte sollten für jedes Pendel individuell ermittelt werden, da es durch Material- und Fertigungstoleranzen zu Abweichungen kommen kann.

4.1.3.2 Elastischer Stoß

Für das schwingende Pendel nach dem Stoß gilt weiterhin Gl. 5 mit dem Unterschied, dass hier das Trägheitsmoment des Pendels ohne Kugel I_p aber ggf. mit Zusatzgewichten (Pendelmass m_p) zu berücksichtigen ist:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot m_p \cdot g \cdot l_s \cdot (1 - \cos(\varphi))}{I_p}} \quad (13)$$

Zur Ermittlung des Zusammenhangs zwischen ω und der Anfangsgeschwindigkeit v_0 stehen jetzt aber sowohl der Drehimpulserhaltungssatz als auch der Energieerhaltungssatz, jeweils unmittelbar vor und nach dem Stoß, zur Verfügung. Die weitere Gleichung ist auch erforderlich, da das System einen weiteren Freiheitsgrad hat: die Kugelgeschwindigkeit v_2 nach dem Stoß. Analog zu Gl. 9 ergibt sich für die Drehimpulse:

$$m_k \cdot l_k \cdot v_0 = m_k \cdot l_k \cdot v_2 + I_p \cdot \omega$$

$$\Leftrightarrow \quad (14)$$

$$v_2 = v_0 - \frac{I_p \cdot \omega}{m_k \cdot l_k}$$

Wird diese Geschwindigkeit v_2 in den Energieerhaltungssatz

$$\frac{1}{2} m_k \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m_k \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} I_p \cdot \omega^2 \quad (15)$$

eingesetzt, ergibt sich nach einigen Umformungen v_0 zu

$$v_0 = \frac{1}{2} \omega l_k \left(1 + \frac{I_p}{m_k l_k^2} \right) \quad (16)$$

Wird hier noch Gl. 13 eingesetzt und I_p analog zu Gl. 12 bestimmt, ist v_0 für einen vollkommen elastischen Stoß mit $m_k = 0,00695 \text{ kg}$ berechenbar:

Nr.	m_p in kg	l_s in m	T in s	v_0 in m/s
7	0,056	0,211	1,008	2,88
8	0,056	0,211	1,008	4,05
9	0,056	0,211	1,008	5,65

Diese Werte für v_0 sind um ca. 18% kleiner als die aus dem plastischen Stoß ermittelten, was darauf zurückzuführen ist, dass der Stoß nicht vollkommen elastisch verläuft.

4.2 Ermittlung von Wurfparabeln

4.2.1. Versuchsaufbau

Ein möglicher Versuchsaufbau ist in Abb. 3 schematisch (nicht maßstabsgerecht) dargestellt. Die Bohrungen in der Trägerplatte des Pendels sind so angebracht, dass sich beim Wurf direkt auf die Arbeitsplatte die Abwurfhöhen 50, 100, 150, 200 und 300 mm ergeben.

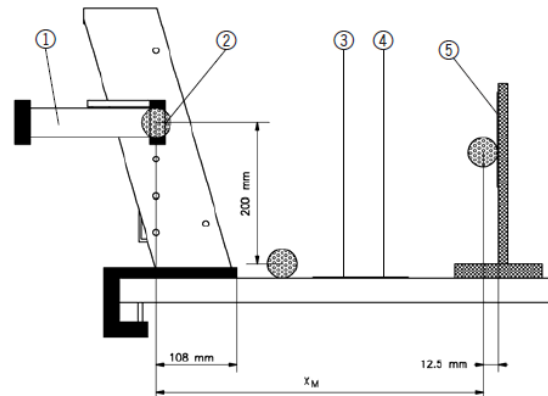


Abb. 3 Versuchsaufbau, Legende: (1) Wurfgerät, (2) Abwurfposition der Kugel, (3) Papier, (4) Kohlepapier, (5) z. B. Tafelhalter mit Weißwandtafel

Beim Wurf gegen eine vertikale Wand ist von der horizontalen Entfernung „Abwurfpunkt bis Wand“ der Kugelradius (1,25 cm) abzuziehen, um den Entfernungsmesswert x_M zu erhalten. Der Höhenmesswert y_M relativ zur Abschusshöhe ergibt sich aus der Entfernung „Auftrittspunkt an der Wand bis Tischplatte“ abzüglich 62,5 mm, 112,5 mm, 162,5 mm, 212,5 mm bzw. 312,5 mm je nach verwendeter Bohrung:

4.2.2. Versuchsdurchführung

Es ist zweckmäßig, bei den Versuchen die Versuchsnummer, die Federspannung (1, 2 oder 3), den Abwurfwinkel sowie die Werte x_M und y_M zu notieren. Beispiel für einen Abwurfwinkel $\varphi = 0^\circ$:

Nr.	Federspannung	Wurfweite x_M in cm	Zielhöhe y_M in cm
1	1	171,3	-30
2	2	125,4	-30
3	3	86,9	-30
4	1	62,3	-15
5	2	90,5	-15
6	3	120,7	-15

4.1.3. Versuchsauswertung

Der Ursprung des Koordinatensystems wird zweckmäßigerweise in den Kugelmittelpunkt beim Abwurf gelegt. Dann gilt:

$$v_x = v_0 \cos \varphi \quad (17)$$

$$v_y = v_0 \sin \varphi \quad (18)$$

$$y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (19)$$

$$x = v_x t \quad (20)$$

aus Gl. 20 folgt direkt $t = x / v_x$, womit die Zeit in Gl. 19 eliminiert werden kann.

Werden in der so erhaltenen Gleichung noch die Größen v_x und v_y unter Verwendung der Gln. 17 und 18 eliminiert, ergibt sich mit

$$y = x \tan \varphi - x^2 \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} \quad (21)$$

die Gleichung der Wurfparabel.

In dieser Gleichung ist nur noch die Anfangsgeschwindigkeit v_0 unbekannt, da in den Versuchen die Wege x und y gemessen wurden. Wird v_0 für die verschiedenen Versuche bestimmt ergibt sich:

Federspannung	v_0 in m/s
1	3,53
2	5,10
3	6,85

Diese Zahlenwerte basieren auf insgesamt 25 Versuchen, von denen in obiger Tabelle nur 6 explizit angegeben sind. mit diesen Werten können jetzt Wurfparabeln nach Gl. 21 berechnet und den Messwerten gegenübergestellt werden. Das Ergebnis ist in Abb. 4 dargestellt.

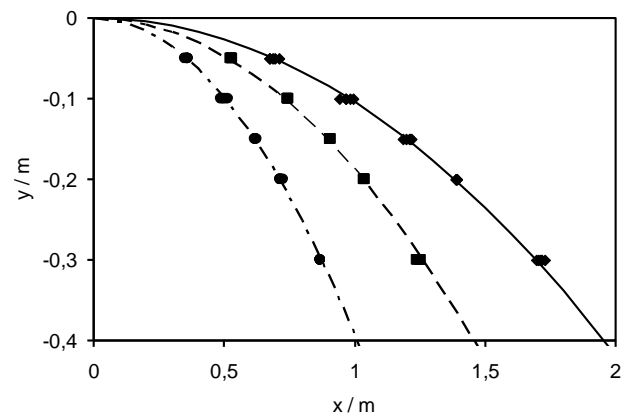


Abb. 4 Messwerte und Berechnung im Vergleich, x = Flugweite, y = Flughöhe, Symbole = Messwerte (Kreise = Federspannung 1, Quadrate = Federspannung 2, Rauten = Federspannung 3), Linie = berechnete Parabeln