



**ZIEL**

**Bestätigung des Wertes der Elementarladung mit Hilfe geladener Öltröpfchen nach Millikan**

**ZUSAMMENFASSUNG**

Robert Andrews Millikan gelang es in den Jahren 1910 bis 1913, die Elementarladung mit einer bis dahin unerreichten Genauigkeit zu bestimmen und damit die Ladungsquantelung zu bestätigen. Das nach ihm benannte Experiment beruht auf der Messung der Ladungsmenge geladener Öltröpfchen, die in Luft im elektrischen Feld

eines Plattenkondensators steigen und ohne elektrisches Feld sinken. Der hier im Experiment verwendete Millikan-Apparat ist ein auf dem experimentellen Aufbau von Millikan basierendes Kompaktgerät, das ohne radioaktive Strahlungsquelle auskommt.

**AUFGABEN**

- Erzeugung und Auswahl geeigneter geladener Öltröpfchen und Beobachtung im elektrischen Feld.
- Messung der Steiggeschwindigkeit im elektrischen Feld und der Sinkgeschwindigkeit ohne elektrisches Feld.
- Bestätigung des Wertes der Elementarladung.

**BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	Art.-Nr.
1	Millikan-Apparat (230 V, 50/60 Hz)	1018884 oder
	Millikan-Apparat (115 V, 50/60 Hz)	1018882

**ALLGEMEINE GRUNDLAGEN**

Robert Andrews Millikan gelang es in den Jahren 1910 bis 1913, die Elementarladung mit einer bis dahin unerreichten Genauigkeit zu bestimmen und damit die Ladungsquantelung zu bestätigen. Er erhielt dafür den Nobelpreis für Physik. Das nach ihm benannte Experiment beruht auf der Messung der Ladungsmenge geladener Öltröpfchen, die in Luft im elektrischen Feld eines Plattenkondensators steigen und ohne elektrisches Feld sinken. Der von ihm ermittelte Wert  $e = (1,592 \pm 0,003) \cdot 10^{-19} \text{ C}$  weicht nur um 0,6% von dem heute bekannten Wert ab.

Die Kräfte, die auf ein Öltröpfchen wirken, das als kugelförmig angenommen wird und sich in Luft im elektrischen Feld eines Plattenkondensators befindet, sind die Gewichtskraft,

$$(1) \quad F_G = m_2 \cdot g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \rho_2 \cdot g,$$

$m_2$ : Masse des Öltröpfchens,  $r_0$ : Radius des Öltröpfchens,  
 $\rho_2$ : Dichte des Öls,  $g$ : Fallbeschleunigung

die Auftriebskraft in Luft,

$$(2) \quad F_A = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \rho_1 \cdot g,$$

$\rho_1$ : Dichte der Luft

die Kraft im elektrischen Feld  $E$ ,

$$(3) \quad F_E = q_0 \cdot E = \frac{q_0 \cdot U}{d},$$

$q_0$ : Ladung des Öltröpfchens,  $U$ : zwischen den Kondensatorplatten anliegende elektrische Spannung,  $d$ : Abstand der Kondensatorplatten

und die Stokes'sche Reibungskraft

$$(4) \quad F_{R1,2} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_{1,2}.$$

$\eta$ : Viskosität der Luft,  $v_1$ : Steiggeschwindigkeit,  
 $v_2$ : Sinkgeschwindigkeit

Beim Steigen des Öltröpfchens im elektrischen Feld herrscht das Kräftegleichgewicht

$$(5) \quad F_G + F_{R1} = F_E + F_A$$

und beim Sinken ohne elektrisches Feld

$$(6) \quad F_G = F_{R2} + F_A.$$

Daraus folgt für den Radius und die Ladung des Öltröpfchens:

$$(7) \quad r_0 = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{\eta \cdot v_2}{(\rho_2 - \rho_1) \cdot g}}$$

und

$$(8) \quad q_0 = \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot d \cdot (v_1 + v_2)}{U} \cdot r_0.$$

Sehr kleine Radien  $r_0$  liegen in der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle, so dass die Stokes'sche Reibungskraft korrigiert werden muss. Für den korrigierten Radius  $r$  und die korrigierte Ladung  $q$  ergibt sich dann:

$$(9) \quad r = \sqrt{r_0^2 + \frac{A^2}{4}} - \frac{A}{2} \quad \text{mit} \quad A = \frac{b}{p}$$

$b = 82 \mu\text{m} \cdot \text{hPa} = \text{konstant}$ ,  $p$ : Luftdruck

$$(10) \quad q = q_0 \cdot \left(1 + \frac{A}{r}\right)^{-1,5}$$

Der im Experiment verwendete Millikan-Apparat ist ein auf dem experimentellen Aufbau von Millikan basierendes Kompaktgerät, das ohne radioaktive Strahlungsquelle auskommt. Die geladenen Öltröpfchen werden mit Hilfe eines Ölzerstäubers erzeugt und ihr zufälliger Ladungszustand anschließend nicht mehr von außen beeinflusst. Die Öltröpfchen werden wie im Millikan'schen Aufbau von oben in die Experimentierkammer eingebracht. Die Auswahl und die Bestimmung der Ladung geeigneter Öltröpfchen erfolgt durch die Beobachtung mit einem Messmikroskop. Dabei wird für jedes Öltröpfchen die Steigzeit bei angelegtem elektrischem Feld und die Sinkzeit ohne elektrisches Feld für eine Wegstrecke zwischen zwei ausgewählten Markierungen auf der Okularskala gemessen. Die Polarität der Kondensatorplatten wird abhängig vom Vorzeichen der Ladung gewählt. Alternativ können die zu messenden Öltröpfchen im elektrischen Feld in der Schwebe gehalten werden.

Die gemessene Steig- und Sinkzeit eines geladenen Öltröpfchens, die eingestellte elektrische Spannung sowie die für die Auswertung relevanten Parameter Temperatur, Viskosität und Druck werden auf dem berührungsempfindlichen Bildschirm angezeigt.

**AUSWERTUNG**

Aus der gemessenen Steig- und Sinkzeit  $t_1$  und  $t_2$  wird jeweils die Steig- und Sinkgeschwindigkeit

$$v_{1,2} = \frac{s}{V \cdot t_{1,2}},$$

$s$ : Wegstrecke zwischen zwei ausgewählten Markierungen auf der Okularskala,  $V = 2$ : Objektivvergrößerung

bestimmt und daraus nach Gleichung (10) die Ladung  $q$  des Öltröpfchens.

Die aus den Messungen bestimmten Ladungen  $q_i$  (Tab. 1) werden durch eine ganze Zahl  $n_i$  so dividiert, dass die resultierenden Werte die kleinstmögliche Streuung um den Mittelwert aufweisen. Als Maß für die Streuung dient die Standardabweichung. Der beste Schätzwert  $e$  für die Elementarladung sowie der Standardfehler  $\Delta e$  wird aus den Werten  $e_i$  der Einzelmessungen und deren Messfehlern  $\Delta e_i$  (Tab. 1) durch die Bildung des gewichteten Mittelwerts wie folgt bestimmt:

$$e \pm \Delta e = \frac{\sum w_i \cdot e_i}{\sum w_i} \pm \frac{1}{\sqrt{\sum w_i}} \quad \text{mit} \quad w_i = \left(\frac{1}{\Delta e_i}\right)^2$$

Mit den Werten aus Tab. 1 ergibt sich daraus:

$$e \pm \Delta e = \frac{1286}{799} \pm \frac{1}{28} = (1,61 \pm 0,04) \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Das Ergebnis ist umso aussagekräftiger, je mehr Messwerte aufgenommen werden, d.h. je größer der Umfang der Stichprobe ist, und je kleiner die Zahl  $n$  der Ladungen auf den Öltröpfchen ist. Auf Grund der Ungenauigkeiten insbesondere des Abstands der Kondensatorplatten und des Ablesens auf der Mikroskopskala sollte  $n \leq 7$  sein.

Tab. 1: Gemessene Ladungen  $q_i$  von zehn unterschiedlichen Öltröpfchen und daraus ermittelte Werte  $e_i$  für die Elementarladung.

$i$	Polarität	$q_i$ $10^{-19} \text{ C}$	$\Delta q_i$ $10^{-19} \text{ C}$	$n$	$e_i$ $10^{-19} \text{ C}$	$\Delta e_i$ $10^{-19} \text{ C}$
1	+	-11,1	0,9	-7	1,59	0,13
2	+	-7,9	0,6	-5	1,58	0,12
3	+	-6,2	0,4	-4	1,55	0,10
4	-	3,5	0,2	2	1,75	0,10
5	-	4,9	0,3	3	1,63	0,10
6	-	6,3	0,5	4	1,58	0,13
7	-	6,6	0,4	4	1,65	0,10
8	-	7,6	0,6	5	1,52	0,12
9	-	10,2	0,8	6	1,70	0,13
10	-	10,6	0,8	7	1,51	0,11

