
ZIEL

Bestimmung der Winkelrichtgröße und des Schubmoduls

AUFGABEN

- Bestimmung der Winkelrichtgröße runder Stäbe in Abhängigkeit von der Länge
- Bestimmung der Winkelrichtgröße runder Stäbe in Abhängigkeit vom Durchmesser
- Bestimmung der Winkelrichtgröße runder Stäbe unterschiedlichen Materials und Bestimmung des Schubmoduls

ZUSAMMENFASSUNG

Zur Deformation eines festen Körpers ist eine äußere Kraft erforderlich. Ihr wirkt der von Material und Geometrie des Körpers sowie der Richtung der angreifenden Kraft abhängende Verformungswiderstand des Körpers entgegen. Die Deformation ist reversibel und proportional zur angreifenden Kraft, solange diese nicht zu groß ist. Ein häufig untersuchtes Beispiel ist die Torsion eines einseitig eingespannten homogenen runden Stabes. Sein Verformungswiderstand lässt sich analytisch berechnen und durch Aufbau eines schwingungsfähigen Systems aus Stab und Pendelscheibe durch Messung der Schwingungsdauer bestimmen.

BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	Art.-Nr.
1	Torsionsgerät	1018550
1	Erweiterungssatz Torsionsgerät	1018787
1	Lichtschranke	1000563
1	Digitalzähler (230 V, 50/60 Hz)	1001033 oder
	Digitalzähler (115 V, 50/60 Hz)	1001032

Technische Informationen zu den Geräten finden Sie unter 3bscientific.com


ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Zur Deformation eines festen Körpers ist eine äußere Kraft erforderlich. Ihr wirkt der von Material und Geometrie des Körpers sowie der Richtung der angreifenden Kraft abhängende Verformungswiderstand des Körpers entgegen. Die Deformation ist elastisch, also reversibel und proportional zur angreifenden Kraft, solange diese nicht zu groß ist.

AUSWERTUNG

Für die Winkelrichtgröße berechnet man aus (7) und (8) die Bestimmungsgleichung

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T_0^2}$$

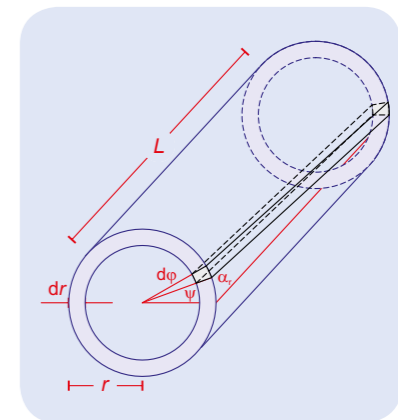


Abb. 1: Schematische Darstellung zur Berechnung des für die Torsion eines Hohlzylinders mit der Länge L, dem Radius r und der Wandstärke dr erforderlichen Drehmomentes dM_r.

Ein häufig untersuchtes Beispiel ist die Torsion eines einseitig eingespannten homogenen runden Stabes, denn sein Verformungswiderstand lässt sich analytisch berechnen. Dazu zerlegt man den Rundstab durch Radial- und Zylinderschnitte in Teilstücke mit Stablänge L. Durch Torsion des Stabes am freien Ende um einen kleinen Winkel ψ werden alle Teilstücke mit dem Radius r ohne Krümmung um den Winkel

$$(1) \quad \alpha_r = \frac{r}{L} \cdot \psi$$

geschert (siehe Abb. 1). Hierzu muss die Schubspannung

$$(2) \quad \tau_r = \frac{dF_{r,\phi}}{dA_{r,\phi}} = G \cdot \alpha_r$$

G: Schubmodul des Stabmaterials

aufgewandt werden, indem die Teilkraft dF_{r,φ} in tangentialer Richtung an der Stirnfläche

$$(3) \quad \Delta A_{r,\phi} = r \cdot d\phi \cdot dr$$

des Teilstückes angreift. Man erhält

$$(4) \quad dF_{r,\phi} = G \cdot \frac{r^2}{L} \cdot \psi \cdot d\phi \cdot dr$$

und berechnet daraus leicht die für die Torsion des gesamten Hohlzylinders mit Radius r um den Winkel ψ erforderliche Kraft dF_r und das zugehörige Drehmoment dM_r:

$$(5) \quad dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr$$

Für die Torsion des Vollzylinders mit dem Radius r₀ gilt entsprechend

$$(6) \quad M = \int_0^{r_0} dM_r = D \cdot \psi \quad \text{mit} \quad D = G \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_0^4}{L}$$

Die Proportionalität zwischen Drehmoment M und Torsionswinkel ψ ist erfüllt, d.h. die Winkelrichtgröße D ist konstant, solange das Drehmoment M nicht zu groß wird. Bei zu großen Werten wird die Verformung plastisch und irreversibel.

Zur Bestimmung der Winkelrichtgröße wird im Experiment eine Pendelscheibe an das freie Stabende gekoppelt und schwingt bei nicht zu großen Auslenkungen mit der Schwingungsdauer

$$(7) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

J: Trägheitsmoment der Pendelscheibe

um die Torsionsachse. Aus der Schwingungsdauer lässt sich bei bekanntem Trägheitsmoment die Winkelrichtgröße berechnen. Genauer spaltet man das Trägheitsmoment in das Trägheitsmoment J₀ der Pendelscheibe und das Trägheitsmoment zweier Zusatzmassen m auf, die im Radius R um die Torsionsachse angeordnet sind:

$$(8) \quad J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2$$

und misst die Schwingungsdauer T für die Pendelscheibe mit Zusatzmasse sowie die Schwingungsdauer T₀ für die Pendelscheibe ohne Zusatzmassen.

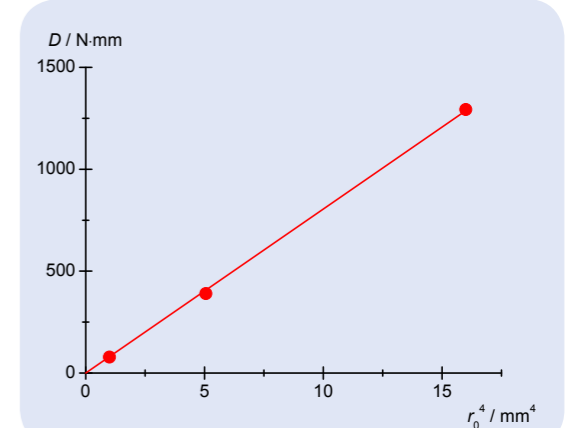


Abb. 2: Winkelrichtgröße von Aluminiumstäben mit 500 mm Länge in Abhängigkeit von r₀⁴.

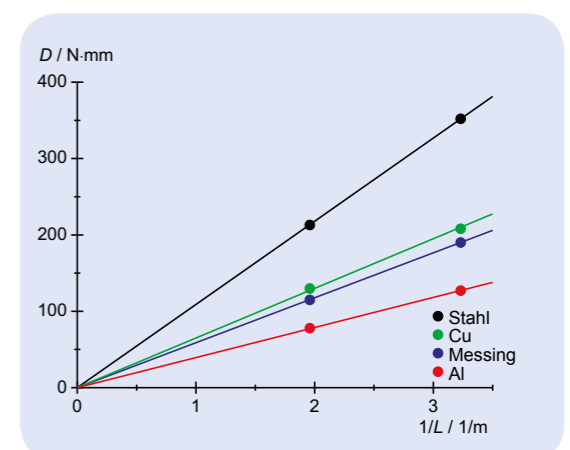


Abb. 3: Winkelrichtgröße der Rundstäbe in Abhängigkeit von 1/L.