

AUFGABEN

- Erzeugung von stehenden Longitudinalwellen auf einer Schraubenfeder und stehenden Transversalwellen auf einem Seil.
- Messung der Eigenfrequenzen f_n in Abhängigkeit von der Zahl n der Knoten.
- Bestimmung der zugehörigen Wellenlängen λ_n und der Wellengeschwindigkeit c .

ZIEL

Untersuchung von stehenden Wellen auf einer gespannten Schraubenfeder und einem gespannten Seil

ZUSAMMENFASSUNG

Mechanische Wellen treten z.B. an einer gespannten Schraubenfeder als Longitudinalwellen oder einem gespannten Seil als Transversalwellen in Erscheinung. In beiden Fällen bilden sich stehende Wellen, wenn das Trägermedium an einem Ende fest eingespannt wird, da sich einlaufende und am festen Ende reflektierte Welle mit gleicher Amplitude und gleicher Wellenlänge überlagern. Ist auch das andere Ende fixiert, können sich Wellen nur ausbreiten, wenn Resonanzbedingungen erfüllt sind. Im Experiment ist die Schraubenfeder bzw. das Seil an einem Ende fixiert. Im Abstand L dazu ist das andere Ende mit einem Vibrationsgenerator verbunden, der durch einen Funktionsgenerator zu Schwingungen mit kleiner Amplitude und einstellbarer Frequenz f angetrieben wird. Auch dieses Ende kann näherungsweise als festes Ende betrachtet werden. Gemessen werden die Eigenfrequenzen in Abhängigkeit von der Zahl der Knoten der stehenden Wellen. Aus diesen Daten wird die Wellengeschwindigkeit berechnet.

BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	Art.-Nr.
1	Zubehör Federschwingungen	1000703
1	Zubehör Seilwellen	1008540
1	Vibrationsgenerator	1000701
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	Präzisionskraftmesser 2 N	1003105
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, rot/blau	1017718

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Mechanische Wellen treten z.B. an einer gespannten Schraubenfeder oder einem gespannten Seil in Erscheinung. Bei der Schraubenfeder spricht man von Longitudinalwellen, da die Auslenkung parallel zur Ausbreitungsrichtung erfolgt. Seilwellen sind dagegen Transversalwellen. In beiden Fällen bilden sich stehende Wellen, wenn das Trägermedium an einem Ende fest eingespannt wird, da sich einlaufende und am festen Ende reflektierte Welle mit gleicher Amplitude und glei-

cher Wellenlänge überlagern. Ist auch das andere Ende fixiert, können sich Wellen nur ausbreiten, wenn Resonanzbedingungen erfüllt sind.

Sei $\xi(x,t)$ die longitudinale bzw. transversale Auslenkung am Ort x entlang des Trägermediums zur Zeit t . Dann ist

$$(1) \quad \xi_1(x,t) = \xi_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$$

eine auf dem Trägermedium nach rechts laufende Sinuswelle. Die Frequenz f und die Wellenlänge λ sind hierbei durch die Beziehung

$$(2) \quad c = f \cdot \lambda$$

c : Wellengeschwindigkeit

verknüpft. Wird diese Welle von links kommend bei $x = 0$ an einem festen Ende reflektiert, so entsteht die nach links laufende Welle

$$(3) \quad \xi_2(x,t) = -\xi_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$$

Beide Wellen überlagern sich zur stehenden Welle

$$(4) \quad \xi(x,t) = 2\xi_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \cdot \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$$

Diese Überlegungen gelten völlig unabhängig von der Art der Welle und des Trägermediums.

Ist auch das zweite Ende fixiert und befindet sich dieses bei $x = L$, muss für alle Zeiten t die Resonanzbedingung

$$(5) \quad \xi(L,t) = 0 = \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L)$$

erfüllt sein. Daraus folgt für die Wellenlänge

$$(6a) \quad \frac{2\pi}{\lambda_n} \cdot L = (n+1) \cdot \pi \quad \text{bzw.} \quad \lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$$

oder $L = (n+1) \cdot \frac{\lambda_n}{2}$

und gemäß Gl (2) für die Frequenz

$$(6b) \quad f_n = (n+1) \cdot \frac{c}{2 \cdot L}$$

D.h. die Resonanzbedingung (5) erfordert, dass die Länge L genau ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist. Die Resonanzfrequenz muss zu dieser Wellenlänge passen. n ist hierbei die Zahl der Schwingungsknoten. Sie ist null, wenn sich bei der Grundschwingung nur ein Schwingungsbauch ausbildet (siehe Abb. 2).

Im Experiment ist das Trägermedium – ein Seil bzw. eine Schraubenfeder – an einem Ende fixiert. Das andere Ende ist im Abstand L mit einem Vibrationsgenerator verbunden, der durch einen Funktionsgenerator zu Schwingungen mit kleiner Amplitude und einstellbarer Frequenz f angetrieben wird. Auch dieses Ende kann näherungsweise als festes Ende betrachtet werden.

AUSWERTUNG

Trägt man die Resonanzfrequenz gegen die Zahl der Schwingungsknoten auf, liegen die Messpunkte auf einer Geraden mit der Steigung

$$\alpha = \frac{c}{2 \cdot L}$$

Daraus lässt sich bei bekannter Länge L die Wellengeschwindigkeit c berechnen. Sie hängt bei sonst gleichen Parametern von der Spannkraft F ab, wie Abb. 5 für die Seilwellen belegt.



Abb. 1: Darstellung zur Definition der lokalen Auslenkung $\xi(x,t)$

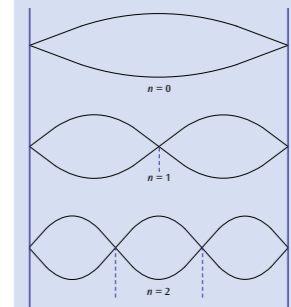


Abb. 2: Stehende Wellen

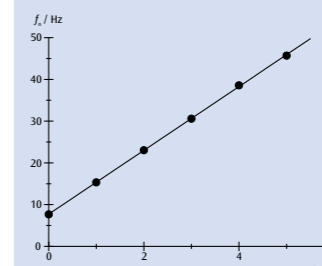


Abb. 3: Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Knotenzahl für die Schraubenfederwellen

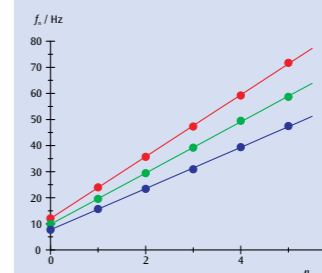


Abb. 4: Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Knotenzahl für die Seilwellen

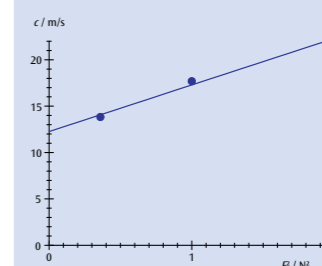


Abb. 5: Wellengeschwindigkeit c der Seilwellen in Abhängigkeit von F^2