HARMONISCHE SCHWINGUNGEN

ZIEL

Messung der Schwingungen eines Schraubenfederpendels mit einem Ultraschall-Bewegungssensor.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Schwingungen eines Schraubenfederpendels sind ein klassisches Beispiel einer harmonischen Schwingung. Sie werden im Experiment mit einem Ultraschall-Bewegungssensor aufgezeichneten, der den Abstand der am Pendel hängenden Masse zum Sensor erfasst.

AUFGABEN

- **Aufzeichnung der harmonischen Schwingung eines Schraubenfederpendels in Abhängigkeit von der Zeit mit einem Ultraschall-Bewegungssensor.**
- **Bestimmung der Schwingungsdauer T für verschiedene Kombinationen aus Federkonstante k und Masse m.**

BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	Art.-Nr.
1	Schraubenfedern zum Hooke'schen Gesetz	**1003376**
1	Schlitzgewichtsatz, 10 x 10 g	**1003227**
1	Schlitzgewichtsatz, 5 x 50 g	**1003229**
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	**1002835**
1	Stativstange, 1000 mm	**1002936**
1	Muffe mit Haken	**1002828**
1	Ultraschall-Bewegungssensor	**1000559**
1	3B NET*lab*™	**1000544**
1	3B NET*log*™ (230 V, 50/60 Hz)	**1000540 oder**
	3B NET*log*™ (115 V, 50/60 Hz)	**1000539**
1	Taschenbandmaß, 2 m	**1002603**

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Schwingungen entstehen, wenn ein aus der Gleichgewichtslage ausgelenktes System durch eine Kraft in die Gleichgewichtslage zurückgetrieben wird. Man spricht von harmonischen Schwingungen, wenn die das System in die Ruhelage zurücktreibende Kraft zu jedem Zeitpunkt proportional zur Auslenkung aus der Ruhelage ist. Die Schwingungen eines Schraubenfederpendels sind hierfür ein klassisches Beispiel. Die Proportionalität zwischen Auslenkung wird durch das Hooke'sche Gesetz beschrieben.

Zwischen der Auslenkung x und der zurücktreibenden Kraft F gilt also der Zusammenhang

(1) $$F = -k \cdot x \quad \text{mit}$$
k: Federkonstante

Für eine an der Schraubenfeder hängende Masse m gilt daher die Bewegungsgleichung

(2) $$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0 \, ,$$

solange die Masse der Feder selber sowie eine eventuell dämpfende Reibungskraft vernachlässigt werden können.
Die Lösungen dieser Bewegungsgleichung haben die allgemeine Form

(3) $$x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right),$$

wie im Experiment durch Aufzeichnung der harmonischen Schwingungen eines Schraubenfederpendels als Funktion der Zeit mit dem Ultraschall-Bewegungssensor und Anpassung einer Sinusfunktion an die Messdaten bestätigt wird.
Der Ultraschall-Bewegungssensor erfasst den Abstand der am Pendel hängenden Masse zum Sensor. Die Messgröße entspricht also bis auf eine durch eine Tara-Funktion kompensierbare Nullpunktverschiebung unmittelbar der in Gleichung 3 betrachteten Größe $x(t)$.
Man definiert die Schwingungsdauer T als den Abstand zweier Nulldurchgänge der Sinusfunktion in die gleiche Richtung und erhält aus (3)

(4) $$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \, .$$

Zur Bestätigung von (4) werden die Messungen für verschiedene Kombinationen aus Masse m und Federkonstante k durchgeführt und jeweils die Schwingungsdauer aus dem Abstand der Nulldurchgänge in den aufgezeichneten Daten bestimmt.

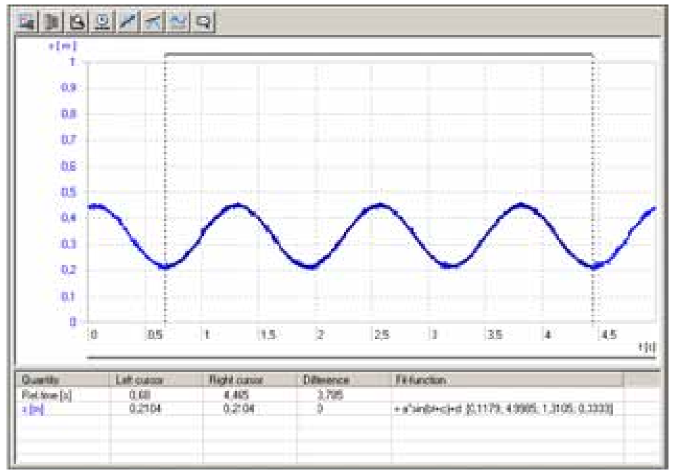

Abb. 1 Aufgezeichnete Schwingungsdaten nach Anpassung einer Sinusfunktion

AUSWERTUNG

Aus Gleichung 4 folgt:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} \cdot m \, .$$

Die Messdaten werden daher für verschiedene Federkonstanten k als Parameter in einem T^2-m-Diagramm dargestellt. Sie liegen im Rahmen der Messgenauigkeit auf Ursprungsgeraden, deren Steigungen in einem zweiten Diagramm ausgewertet werden.

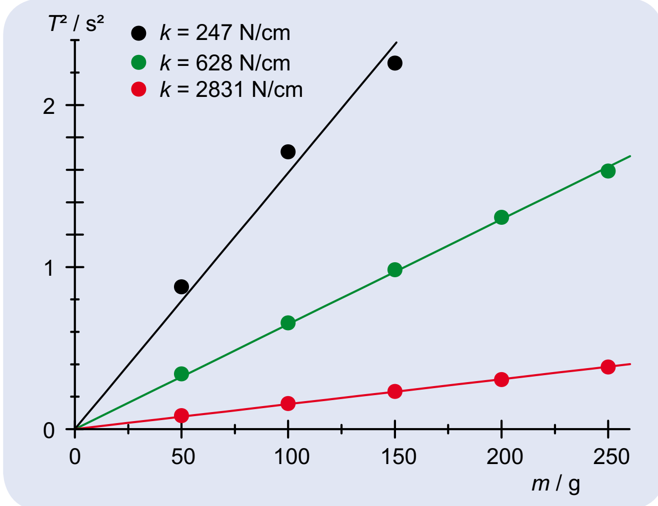

Abb. 2 T^2 als Funktion von m

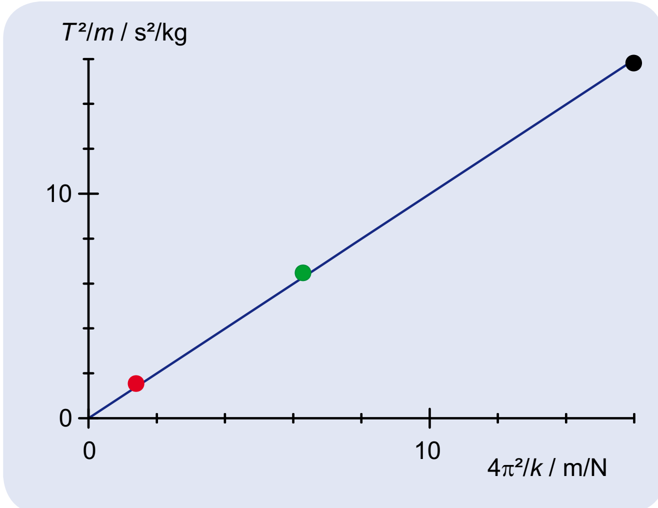

Abb. 3 $\frac{T^2}{m}$ als Funktion von $\frac{4\pi^2}{k}$