FOUCAULT-PENDEL

AUFGABEN

- **Messung der Schwingungsrichtung als Funktion der Zeit.**
- **Bestimmung der Drehgeschwindigkeit.**
- **Bestimmung der geographischen Breite.**

ZIEL

Nachweis der Erdrotation mit einem Foucault-Pendel

ZUSAMMENFASSUNG

Ein Foucault-Pendel ist ein langes Fadenpendel mit einer großen Pendelmasse, mit dessen Hilfe die Erdrotation demonstriert werden kann. Im Experiment wird ein 1,2 m langes Pendel benutzt, dessen Schwingungsrichtung durch eine Schattenprojektion sehr genau bestimmt werden kann. Für eine längere Beobachtungszeit kann die Dämpfung der Schwingung durch eine stufenlos einstellbare elektromagnetische Anregung kompensiert werden.

BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	Art.-Nr.
1	Foucault-Pendel (230 V, 50/60 Hz)	**1000748 oder**
	Foucault-Pendel (115 V, 50/60 Hz)	**1000747**
1	Digitale Stoppuhr	**1002811**

UE1050250

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Ein Foucault-Pendel ist ein langes Fadenpendel mit einer großen Pendelmasse, mit dessen Hilfe die Erdrotation demonstriert werden kann. Es geht auf *Jean Foucault* zurück, der 1851 an einem 2 m langen Pendel entdeckte, dass sich die Schwingungsrichtung im Laufe der Zeit änderte. Später wurde das Experiment mit immer längeren und schwereren Pendeln wiederholt.

Da sich die Erde um ihre eigene Achse dreht, wirkt in Bezug auf das erdfeste Koordinatensystem des schwingenden Pendels eine Coriolis-Kraft

(1) $$\mathbf{F} = 2\cdot m\cdot \boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{v}$$

m: Masse des Pendelkörpers
Ω_0: Vektor der Winkelgeschwindigkeit der Erde
v: Geschwindigkeitsvektor des schwingenden Pendels

quer zur Schwingungsrichtung. Sie bewirkt eine Drehung der Schwingungsebene mit einer Kreisfrequenz, die von der geographische Breite φ des Aufhängepunktes abhängt.
Das das Foucault-Pendel nur um kleine Winkel α ausgelenkt wird, bewegt sich der Pendelkörper ausschließlich in der horizontalen Ebene, die in Abb. 1 durch die nach Norden weisende Achse N und die nach Osten weisende Achse E aufgespannt wird. Betrachtet werden nur Ablenkungen in der Horizontalen, da der Pendelkörper an einem Faden hängt. Aus diesem Grund ist nur die vertikale Komponente

(2) $$\Omega(\varphi) = \Omega_0 \cdot \sin\varphi$$

des Vektors Ω_0 relevant. Daher lautet die Bewegungsgleichung des schwingenden Foucault-Pendels

(3) $$\frac{d^2\alpha}{dt^2}\cdot \boldsymbol{e}_p + 2\cdot\Omega_0\cdot\sin\varphi\cdot\frac{d\alpha}{dt}\cdot\boldsymbol{e}_v + \frac{g}{L}\cdot\alpha\cdot\boldsymbol{e}_p = 0$$

L: Pendellänge, g: Fallbeschleunigung
$\boldsymbol{e}_p$: horizontaler Einheitsvektor parallel zur aktuellen Schwingungsrichtung
$\boldsymbol{e}_v$: horizontaler Einheitsvektor senkrecht zur aktuellen Schwingungsrichtung

Deren Lösung lässt sich aufspalten in eine Lösung für den Auslenkwinkel α und eine Lösung für den sich drehenden Einheitsvektor $\boldsymbol{e}_p$ parallel zur aktuellen Schwingungsrichtung:

(4a) $$\alpha(t) = \cos(\omega\cdot t + \beta) \quad \text{mit} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

(4b) $$\boldsymbol{e}_p(t) = \boldsymbol{e}_E\cdot\cos(\psi(t)) + \boldsymbol{e}_N\cdot\sin(\psi(t))$$

mit $\psi(t) = \Omega_0\cdot\sin\varphi\cdot t + \psi_0$: Schwingungsrichtung
$\boldsymbol{e}_E$: horizontaler Einheitsvektor nach Osten
$\boldsymbol{e}_N$: horizontaler Einheitsvektor nach Norden

Die Schwingungsebene dreht sich also im Laufe der Zeit mit der in Gl. (2) angegebenen Frequenz. Auf der Nordhalbkugel erfolgt die Drehung nach rechts und auf der Südhalbkugel nach links. Dabei ist die Drehgeschwindigkeit an den Polen maximal, während am Äquator keine Ablenkung stattfindet.
Im Experiment wird ein 1,2 m langes Fadenpendel benutzt. Zur Vermeidung elliptischer Schwingungen stößt der Pendelfaden bei jeder Auslenkung gegen einen Charon-Ring. Die Schwingungsrichtung wird durch eine Schattenprojektion des Fadens mit einer hohen Genauigkeit auf einer Winkelskala abgelesen. Bereits nach wenigen Minuten kann die Drehung der Schwingungsebene beobachtet werden. Für eine längere Beobachtungszeit kann die Dämpfung der Schwingung durch eine stufenlos einstellbare elektromagnetische Anregung kompensiert werden.

AUSWERTUNG

Der Richtungswinkel ψ der Schwingungsebene hängt linear von der Zeit ab, siehe Abb. 2. Die Steigung der Geraden durch die Messpunkte ist der gesuchte Wert $\Omega(\varphi)$.
Man berechnet die geographische Breite in Grad nach Umformung von Gl. (2) gemäß

$$\varphi = \frac{180°}{\pi}\cdot\arcsin\left(\frac{86400\ \text{s}}{360\ \text{grd}}\cdot\Omega(\varphi)\right)$$

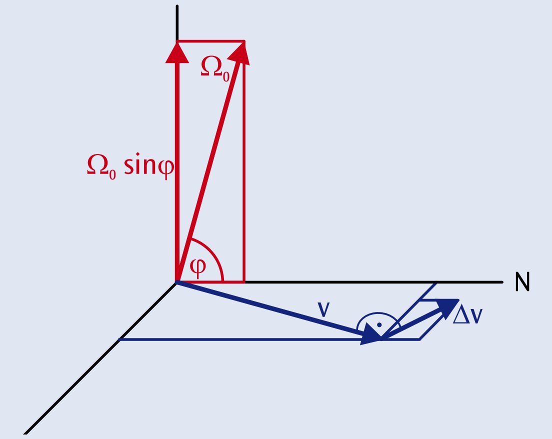

Abb. 1: Darstellung im erdfesten Koordinatensystem des Foucault-Pendels

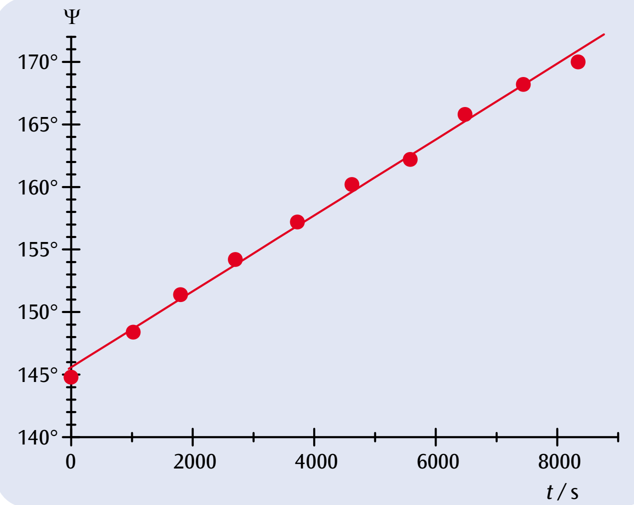

Abb. 2: Messkurve aufgenommen bei der geographischen Breite = 50°