



AUFGABEN

- Bestätigung der Proportionalität zwischen Rotationsfrequenz f_R der Drehscheibe und Zeit T_p einer Präzession des Gyroskops und Bestimmung des Trägheitsmomentes aus der graphischen Auftragung $f_R(T_p)$.
- Bestätigung der Proportionalität zwischen Rotationsfrequenz f_R und Nutationsfrequenz f_N durch graphische Auftragung $f_N(f_R)$ bzw. der entsprechenden Zeiten $T_R(T_N)$.

ZIEL

Experimentelle Untersuchung der Präzession und Nutation eines Gyroskops und Bestimmung des Trägheitsmomentes

ZUSAMMENFASSUNG

Ein Kreisel führt zusätzlich zu seiner Rotationsbewegung eine Präzessions- und eine Nutationsbewegung aus, je nachdem ob eine äußere Kraft und damit ein zusätzliches Drehmoment auf die Drehachse einwirkt oder die Drehachse des ruhig drehenden Kreisels eine Auslenkung aus ihrer Gleichgewichtslage erfährt. Dabei ist die Präzessionsperiode umgekehrt proportional zur Rotationsperiode und die Nutationsperiode direkt proportional zur Rotationsperiode. Die Abhängigkeit der Präzessions- von der Rotationsperiode gestattet die Bestimmung des Trägheitsmomentes der rotierenden Scheibe.

BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	Art.-Nr.
1	Gyroskop	1000695
2	Lichtschanke	1000563
1	Diodenlaser, rot	1003201
1	3B NETlog™ (230 V, 50/60 Hz)	1000540 oder
	3B NETlog™ (115 V, 50/60 Hz)	1000539
1	3B NETlab™	1000544
3	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
3	Universalmuffe	1002830
3	Stativstange, 750 mm	1002935

2

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Ein Kreisel ist ein starrer Körper, der sich um eine in einem Punkt fixierte Achse dreht. Greift eine äußere Kraft an der Achse an, so bewirkt das Drehmoment eine Änderung des Drehimpulses. Der Kreisel bewegt sich dann in die zur Figurenachse und zur einwirkenden Kraft senkrechte Richtung. Diese Bewegung nennt man Präzession. Wird ein ruhig drehender Kreisel gegen seine Dreh-

achse gestoßen, führt er Kippbewegungen aus, die Nutation genannt werden. Beide Bewegungen überlagern sich im Allgemeinen.

Im Experiment wird ein Gyroskop eingesetzt, dessen große Kreisscheibe reibungsarm um eine in einem Auflagepunkt gelagerte Drehachse rotiert. Eine Gegenmasse ist so justiert, dass der Auflagepunkt mit dem Schwerpunkt übereinstimmt. Befindet sich das Gyroskop im Gleichgewicht und wird die Drehscheibe in Rotation versetzt, wirkt ein konstanter Drehimpuls L :

$$(1) \quad L = I \cdot \omega_R$$

I : Trägheitsmoment, ω_R : Winkelgeschwindigkeit

Das Trägheitsmoment der rotierenden Scheibe des Gyroskops ist gegeben durch:

$$(2) \quad I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$

M : Masse der Scheibe, R : Radius der Scheibe

Wird die Drehachse mit einer Zusatzmasse m beschwert, so bewirkt das durch die zusätzliche Gewichtskraft hervorgerufene Drehmoment τ eine Änderung des Drehimpulses:

$$(3) \quad \tau = m \cdot g \cdot r = \frac{dL}{dt}$$

r : Abstand vom Lagerpunkt der Drehachse zum Angriffspunkt der Zusatzmasse

Die Drehachse bewegt sich dann gemäß Abb. 2 um den Winkel

$$(4) \quad d\varphi = \frac{dL}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot dt}{L}$$

und präzediert. Daraus folgt für die Winkelgeschwindigkeit der Präzessionsbewegung:

$$(5) \quad \omega_p = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{m \cdot g \cdot r}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega_R}$$

und mit $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$:

$$(6) \quad \frac{1}{T_R} = f_R = \frac{m \cdot g \cdot r}{I} \cdot T_p$$

Wird die Drehscheibe ohne zusätzliches, äußeres Drehmoment in Rotation versetzt und die Drehachse leicht seitlich angeschlagen, führt das Gyroskop Nutationsbewegungen aus. Die Winkelgeschwindigkeit der Nutation ist dabei direkt proportional zur Winkelgeschwindigkeit der Rotation:

$$(7) \quad \omega_N = C \cdot \omega_R \quad \text{bzw.} \quad T_R = C \cdot T_N$$

C : Konstante

Im Experiment werden die Rotations-, Präzessions- und Nutationsbewegung mit Lichtschranken erfasst und die zeitlichen Verläufe der Pulse mit Hilfe von 3B NETlog™ und 3B NETlab™ aufgenommen und dargestellt.

AUSWERTUNG

Die Rotations-, Präzessions- und Nutationsperiode werden über die aufgenommenen Zeitverläufe der Pulse bestimmt. Gemäß Gleichung (6) ist die Präzessionsperiode umgekehrt proportional zur Rotationsperiode, und gemäß Gleichung (7) ist die Nutationsperiode direkt proportional zur Rotationsperiode. In den entsprechenden Diagrammen liegen die Messwerte daher im Rahmen der Messgenauigkeit auf einer Ursprungsgeraden. Aus der Steigung einer an die Messpunkte $f_R(T_p)$ angepassten Geraden kann das Trägheitsmoment der rotierenden Scheibe des Gyroskops experimentell bestimmt und mit dem aus Gleichung (2) theoretisch berechneten verglichen werden.

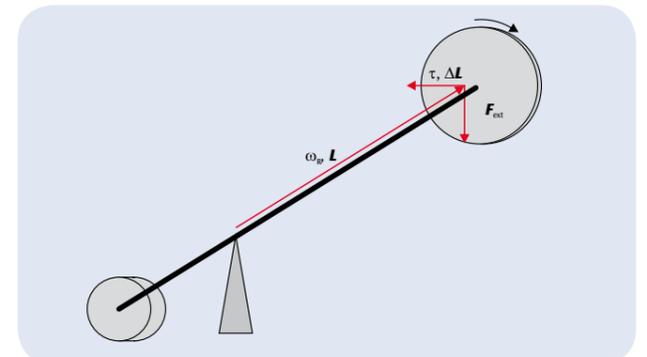


Abb. 1: Schematische Skizze des Gyroskops für die Präzession

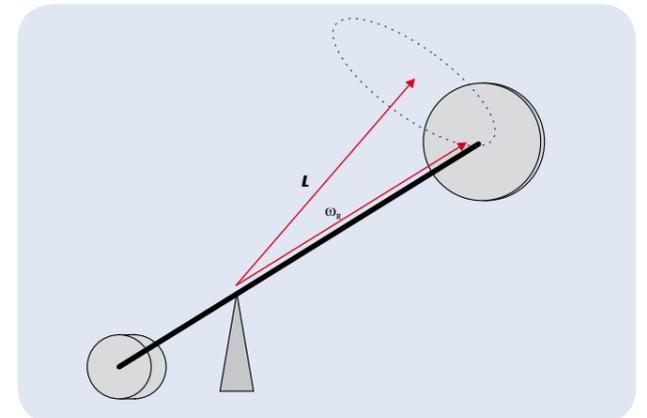


Abb. 2: Schematische Skizze des Gyroskops für die Nutation

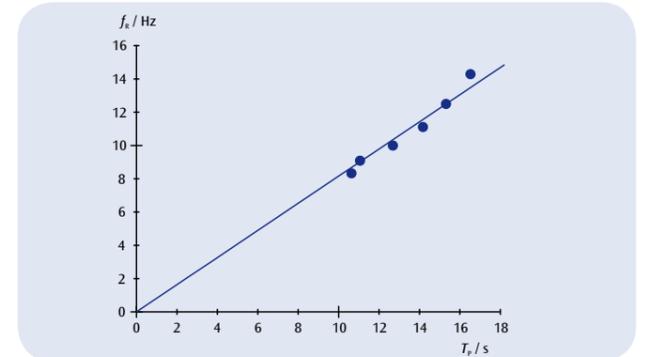


Abb. 3: Rotationsfrequenz f_R der Drehscheibe in Abhängigkeit von der Präzessionszeit T_p .

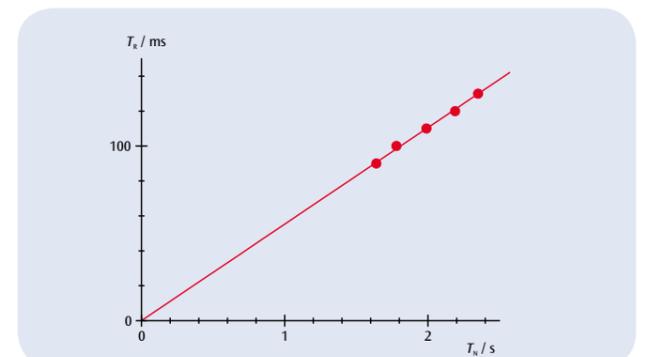


Abb. 4: Rotationszeit T_R in Abhängigkeit von der Nutationszeit T_N .