

AUFGABEN:

- Bestimmung der Ausgangsgleichgewichtslage des Torsionspendels.
- Aufzeichnung der Schwingung des Torsionspendels um die Endgleichgewichtslage und Bestimmung der Schwingungsdauer.
- Bestimmung der Endgleichgewichtslage.
- Berechnung der Gravitationskonstante G .

ZIEL

Messung der Gravitationskraft und Bestimmung der Gravitationskonstante mit der Drehwaage nach Cavendish.

ZUSAMMENFASSUNG

Kernstück der Drehwaage nach Cavendish ist ein empfindliches Torsionspendel auf dem ein Paar kleine Bleikugeln lagert. Diese werden durch ein Paar große Bleikugeln angezogen. Daher bestimmt die Position der großen Bleikugeln die Gleichgewichtslage des Torsionspendels. Werden die großen Kugeln in eine zweite Position gebracht, die zur ersten spiegelsymmetrisch bezüglich der kleinen Massen ist, nimmt das Torsionspendel nach einem Einschwingvorgang eine neue Gleichgewichtslage ein. Aus den beiden Gleichgewichtslagen und den geometrischen Abmessungen der Anordnung lässt sich die Gravitationskonstante ermitteln. Ausschlaggebend ist dabei das Gleichgewicht zwischen der Gravitationskraft und dem rückstellenden Drehmoment des Torsionsfadens. Gemessen werden die Schwingungen des Torsionspendels mit einem kapazitiven Differentialsensor, der Rausch- und Vibrationsanteile des Signals weitgehend unterdrückt. Der Wolframdraht des Torsionspendels ist so dünn gewählt, dass die Schwingungsdauer des Torsionspendels im Bereich weniger Minuten liegt, so dass innerhalb einer Stunde mehrere Schwingungen um die Gleichgewichtslage beobachtet werden können.

BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	Art.-Nr.
1	Cavendish-Drehwaage	1003337
1	Diodenlaser, rot	1003201
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Universalmuffe	1002830
1	Stativstange, 100 mm	1002932
Zusätzlich empfohlen		
1	Messschieber, 150 mm	1002601
1	Elektronische Waage 5000 g	1003434

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Bei der Messung der Gravitationskräfte zwischen zwei Massen im Laborexperiment haben prinzipiell alle umgebenden Massen einen störenden Einfluss. Bei der Drehwaage nach Cavendish wird dieses Problem größtenteils umgangen, da zwei Messungen mit spiegelsymmetrischen Positionen der Massen durchgeführt werden.

1

Kernstück der Drehwaage nach Cavendish ist ein empfindliches Torsionspendel auf dem ein Paar kleine Bleikugeln lagert. Diese werden durch ein Paar große Bleikugeln angezogen. Daher bestimmt die Position der großen Bleikugeln die Gleichgewichtslage des Torsionspendels. Werden die großen Kugeln in eine zweite Position gebracht, die zur ersten spiegelsymmetrisch bezüglich der kleinen Massen ist, nimmt das Torsionspendel nach einem Einschwingvorgang eine neue Gleichgewichtslage ein. Aus den beiden Gleichgewichtslagen und den geometrischen Abmessungen der Anordnung lässt sich die Gravitationskonstante ermitteln. Ausschlaggebend ist dabei das Gleichgewicht zwischen der Gravitationskraft und dem rückstellenden Drehmoment des Torsionsfadens.

Die Gravitationskraft ist gegeben durch

$$(1) \quad F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

G : Gravitationskonstante,
 m_1 : Masse einer kleinen Bleikugel,
 m_2 : Masse einer großen Bleikugel,

d : Abstand zwischen kleiner und großer Bleikugel in der Messposition

Sie lenkt das Torsionspendel aus der Nulllage aus, wenn sich die großen Bleikugeln in Messposition befinden. Für das auslenkende Drehmoment gilt

$$(2) \quad M_1 = 2 \cdot F \cdot r$$

r : Abstand der kleinen Bleikugel zur Aufhängung des Tragebalkens

Wird das Torsionspendel um einen Winkel φ ausgelenkt, wirkt das rückstellende Drehmoment

$$(3) \quad M_2 = D \cdot \varphi$$

D : Winkelrichtgröße des Wolframdrahtes

des dünnen Wolframdrahtes, an dem der Tragebalken des Torsionspendels aufgehängt ist. In der Gleichgewichtslage stimmen M_1 und M_2 überein. Die Winkelrichtgröße D lässt sich aus der Schwingungsdauer T ermitteln, mit der das Torsionspendel um seine Gleichgewichtslage schwingt.

$$(4) \quad D = J \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Dabei setzt sich das Trägheitsmoment J zusammen aus dem Trägheitsmoment J_1 der zwei kleinen Bleikugeln und dem Trägheitsmoment J_k des Tragebalkens

$$(5) \quad J = 2 \cdot m_1 \cdot r^2 + \frac{m_B}{12} \cdot (a^2 + b^2)$$

m_B : Masse des Tragebalkens
 a, b : Länge und Breite des Tragebalkens.

Für die beiden großen Bleikugeln sind zwei spiegelsymmetrische Messpositionen vorgesehen, zu denen zwei Auslenkwinkel φ und φ' sowie zwei auslenkende Drehmomente gehören, die entgegengesetzt gleich sind. Aus (2) und (3) folgt daher im Gleichgewicht:

$$(6) \quad 4 \cdot F \cdot r = D \cdot (\varphi - \varphi') = D \cdot \Delta\varphi$$

Im Experiment werden die Schwingungen des Torsionspendels mit einem kapazitiven Differentialsensor gemessen, der Rausch- und Vibrationsanteile des Signals weitgehend unterdrückt. Der Wolframdraht des Torsionspendels ist so dünn gewählt, dass die Schwingungsdauer des Torsionspendels im Bereich weniger Minuten liegt, so dass innerhalb einer Stunde mehrere Schwingungen um die Gleichgewichtslage beobachtet werden können. Ein am Torsionspendel befestigter Spiegel kann zum Aufbau eines Lichtzei-

gers eingesetzt werden, der die Schwingungen mit bloßem Auge verfolgbarmacht. Dadurch wird die notwendige Justierung und Kalibrierung der Drehwaage wesentlich erleichtert.

AUSWERTUNG

Aus den Gleichungen (1), (4), (5) und (6) erhält man nach Umformung:

$$G = \frac{\Delta\varphi}{m_2} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot \left(2 \cdot r + \frac{1}{12} \cdot \frac{m_B}{m_1} \cdot \frac{a^2 + b^2}{r} \right)$$

Hierbei ist noch nicht berücksichtigt, dass jede der beiden kleinen Bleikugeln auch durch die weiter entfernte große Bleikugel angezogen wird und dadurch das Drehmoment auf das Torsionspendel etwas kleiner ausfällt, als bislang berechnet. Eine entsprechende Korrektur der Gleichung (2) ist problemlos möglich, da alle Abstände bekannt sind.

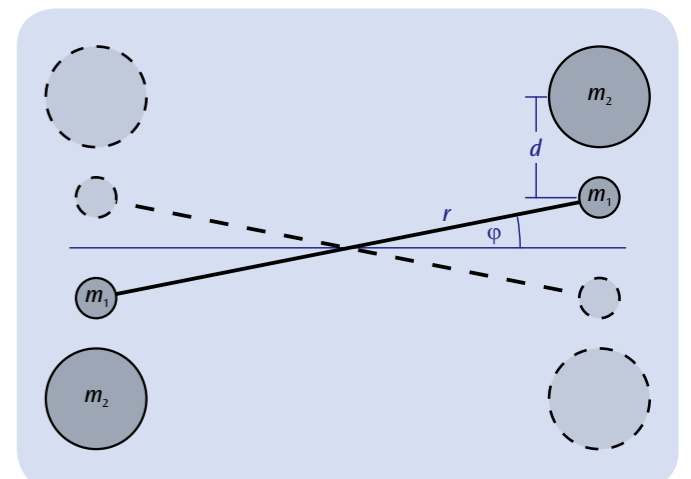


Abb. 1: Schematische Darstellung zur Messanordnung in der Drehwaage nach Cavendish

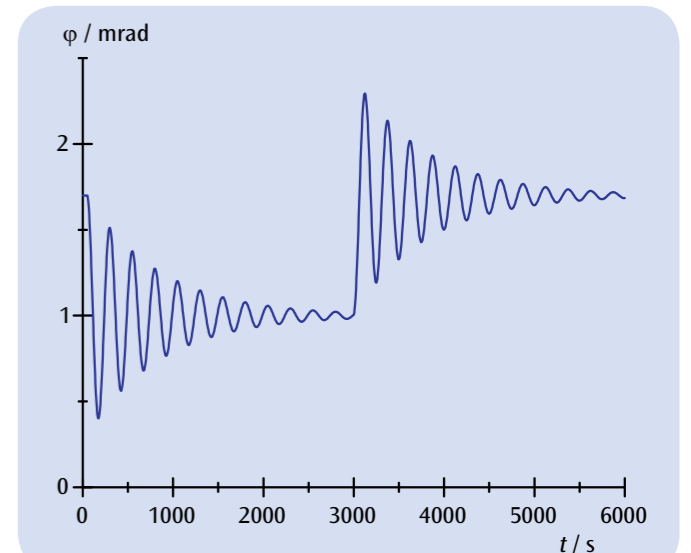


Abb. 2: Auslenkwinkel des Torsionspendels in Abhängigkeit von der Zeit bei zweimaligem Wechsel der Messposition für die großen Bleikugeln