Wechselstromwiderstände

BESTIMMUNG DES WECHSELSTROMWIDERSTANDES IN EINEM STROMKREIS MIT KAPAZITIVEM UND OHMSCHEM WIDERSTAND.

- **Bestimmung von Amplitude und Phase des Gesamtwiderstandes in Abhängigkeit von der Frequenz bei Reihenschaltung.**
- **Bestimmung von Amplitude und Phase des Gesamtwiderstandes in Abhängigkeit von der Frequenz bei Parallelschaltung.**

UE3050301

04/18 UD

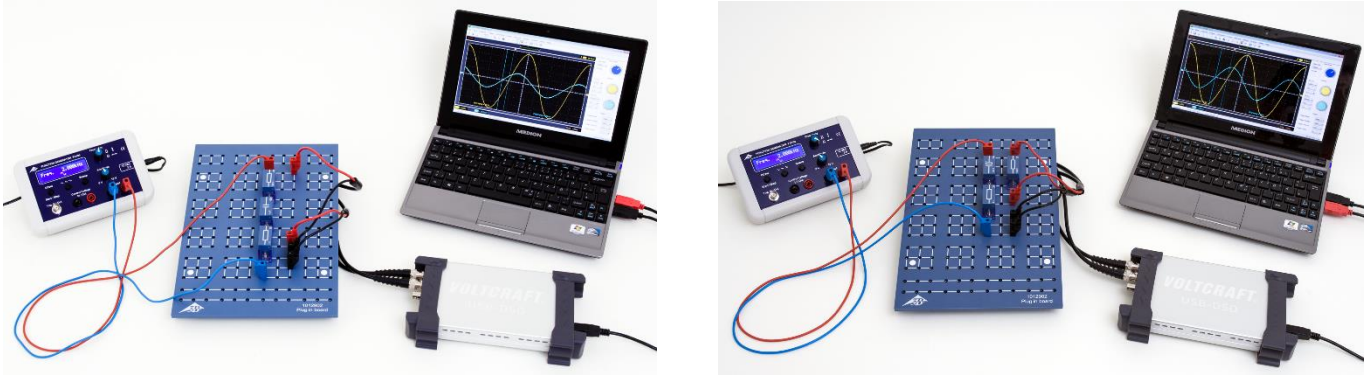

Fig. 1: Messanordnung bei Reihenschaltung (links) und Parallelschaltung (rechts).

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

In Wechselstromkreisen weist man Schaltungen mit Kapazitäten der Einfachheit halber komplexe Widerstände zu, da hier neben den Amplituden von Strom und Spannung auch die Phasenbeziehungen zwischen beiden zu betrachten sind. Reihen- und Parallelschaltungen von kapazitiven und ohmschen Widerständen lassen sich dann sehr einfach beschreiben. Auch Spannung und Strom werden als komplexe Größen betrachtet. Messbar ist jeweils deren Realteil.

Der komplexe kapazitive Widerstand eines Kondensators mit der Kapazität *C* in einem Wechselstromkreis mit der Frequenz *f* ist

$$(1)\quad X_C = -i \cdot X_{C0} = -i \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right) = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C},$$

mit $\omega = 2\pi \cdot f$

Daher hat die Reihenschaltung des Kondensators mit einem ohmschen Widerstand *R* den Gesamtwiderstand

$$(2)\quad Z_S = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C} + R,$$

während der Parallelschaltung der Gesamtwiderstand

$$(3)\quad Z_P = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C + \frac{1}{R}}$$

zugewiesen werden kann. In der gebräuchlichen Schreibweise

$$(4)\quad Z = Z_0 \cdot \exp(i \cdot \varphi)$$

wird daraus

$$(5)\quad \begin{aligned} Z_S &= Z_{S0} \cdot \exp(i \cdot \varphi_S) \\ &= \frac{\sqrt{1 + (\omega \cdot C \cdot R)^2}}{\omega \cdot C} \cdot \exp(i \cdot \varphi_S) \end{aligned}$$

mit $\tan\varphi_S = -\frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$

und

$$Z_P = Z_{P0} \cdot \exp(i \cdot \varphi_P) = \frac{R}{\sqrt{1+(\omega \cdot C \cdot R)^2}} \cdot \exp(i \cdot \varphi_P) \quad (6)$$

mit $\tan\varphi_P = -\omega \cdot C \cdot R$.

Wird an den jeweiligen Gesamtwiderstand $Z = Z_S$ bzw. Z_P die Spannung

$$U = U_0 \cdot \exp(i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \quad (7)$$

angelegt, so fließt der Strom

$$I = \frac{U_0}{Z_0} \cdot \exp(i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \varphi)) = I_0 \cdot \exp(i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \varphi)) \quad (8)$$

Dieser Strom wird im Experiment aus dem Spannungsabfall $U_m(t)$ über einem Arbeitswiderstand R_m bestimmt (Fig. 2, 3), der so dimensioniert ist, dass $U_{m0} << U_0$, d.h. die angelegte Spannung fast vollständig über Z_S bzw. Z_P abfällt. Der so bestimmte Strom fließt sowohl durch Z_S als auch durch Z_P, da beide Widerstände in Reihe zu R_m geschaltet sind (siehe die Ersatzschaltbilder in Fig. 2, 3). Wegen $U_m(t) = I(t) \cdot R_m$ spiegelt der zeitliche Verlauf $U_m(t)$ also den zeitlichen Verlauf $I(t)$ des Stroms wider.

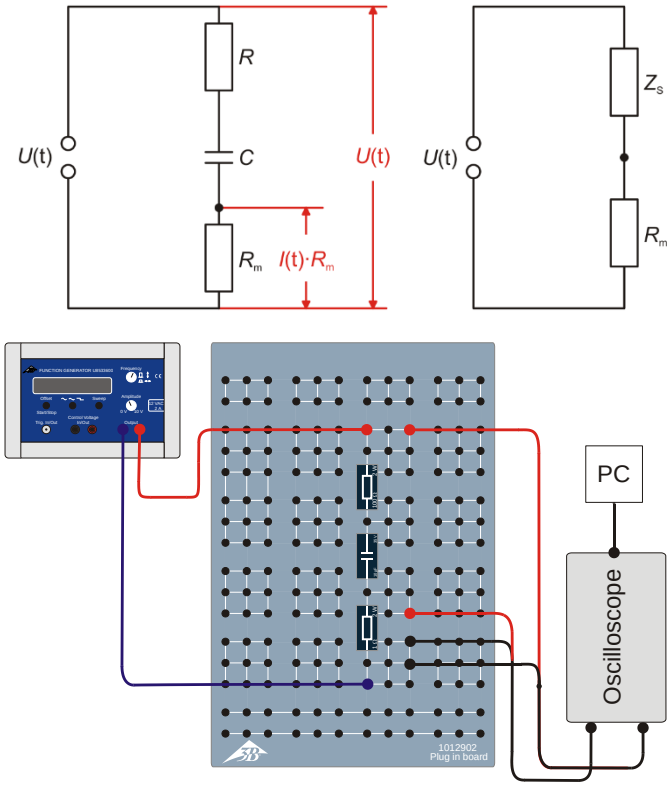

Fig. 2: Schaltskizze (oben links), Ersatzschaltbild (oben rechts) und schematische Skizze des Aufbaus (unten) für die Reihenschaltung.

GERÄTELISTE

1 Steckplatte für Bauelemente	1012902 (U33250)
1 Widerstand 1 Ω, 2 W, P2W19	1012903 (U333011)
1 Widerstand 100 Ω, 2 W, P2W19	1012910 (U333018)
1 Kondensator 10 µF, 35 V, P2W19	1012957 (U333065)
1 Kondensator 1 µF, 100 V, P2W19	1012955 (U333063)
1 Kondensator 0,1 µF, 100 V, P2W19	1012953 (U333061)
1 Funktionsgenerator FG 100 @230V	1009957 (U8533600-230)
oder	
1 Funktionsgenerator FG 100 @115V	1009956 U8533600-115)
1 PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857 (U11830)
2 HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748 (U11257)
1 Satz 15 Experimentierkabel, 1 mm²	1002840 (U13800)

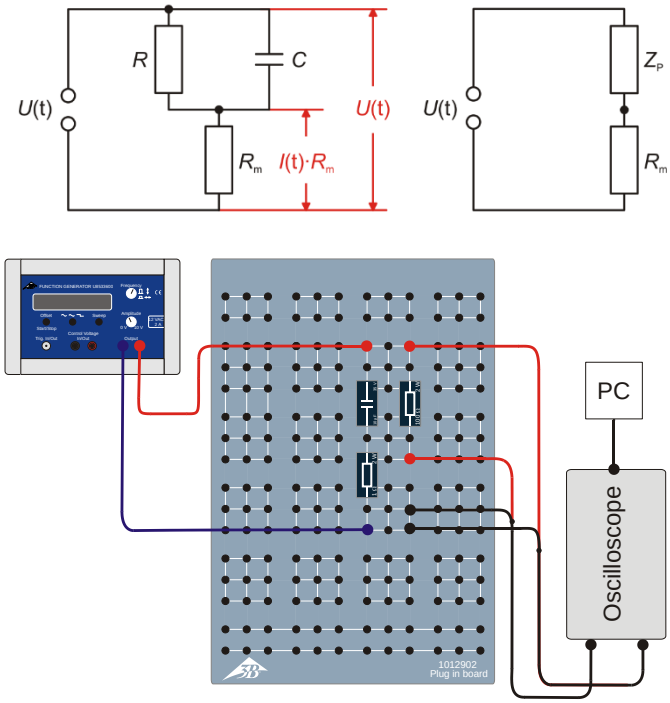

Fig. 3: Schaltskizze (oben links), Ersatzschaltbild (oben rechts) und schematische Skizze des Aufbaus (unten) für die Parallelschaltung.

AUFBAU UND DURCHFÜHRUNG

Reihenschaltung

- Die Messanordnung für die Reihenschaltung (Fig. 1, links) gemäß der Schaltskizze (Fig. 2) mit R_m =1 Ω, R =100 Ω und C = 10 µF aufbauen.
- Das Ausgangssignal $U_m(t) = I(t) \cdot R_m$ an Kanal CH1, das Eingangssignal $U(t)$ an Kanal CH2 des Oszilloskops anschließen.

- Am PC-Oszilloskop die folgenden Parameter einstellen:

  Horizontal:
  Zeitbasis: 50 µs/div
  Horizontale Trigger-Position: 0.0 ns

  Vertikal:
  CH1:
  Spannungs-Skalenteilung: 20 mV/div DC
  Nullpunkt-Position: 0.0 divs
  CH2:
  Spannungs-Skalenteilung: 2 V/div DC
  Nullpunkt-Position: 0.0 divs

  Trigger:
  Single (nicht Alternate)
  Quelle: CH2
  Modus: Edge
  Flanke: Rise
  Schwelle: 0.000 mV
  TrigMode: Auto

Hinweis
Die Parameter Time/DIV und Volts/DIV CH1 müssen im Verlauf der Messserie anpepasst werden.

- Am Funktionsgenerator die Signalform Sinus auswählen und die Amplitude des Eingangssignals U_0 = 6 V einstellen. Dazu den Amplitudensteller so einstellen, dass das Maximum bzw. Minimum des Sinussignals auf Kanal CH2 des Oszilloskops (bei 2 V / Kästchen) 3 Kästchen entspricht.
- Am Funktionsgenerator nacheinander die Frequenzen 2000 Hz, 1000 Hz, 500 Hz, 200 Hz, 100 Hz und 50 Hz einstellen. Gemäß $T = 1 / f$ die zugehörigen Periodendauern berechnen und zusammen mit den Frequenzen in die Tabelle 1 eintragen.
- Die Amplitude U_{m0} des Ausgangssignals $U_m(t)$ am Oszilloskop ablesen und die Werte in die Tabelle 1 eintragen.
- Die Zeitdifferenz Δt der Nulldurchgänge der Signale $U(t)$ und $U_m(t)$ auf dem Oszilloskop ablesen und die Werte in die Tabelle 1 eintragen.
- Die Messung für den Kondensator mit C = 1 µF bei denselben Frequenzen und für den Kondensator mit C = 0,1 µF bei 2000 Hz und 1000 Hz wiederholen, und alle Werte in die Tabelle 1 eintragen.

Parallelschaltung

- Die Messanordnung für die Parallelschaltung (Fig. 1, rechts) gemäß der Schaltskizze (Fig. 3) mit R_m =1 Ω, R =100 Ω und C = 10 µF aufbauen.
- Die Messungen analog zur Reihenschaltung durchführen. Dieselben Start-Parameter am PC-Oszilloskop wählen, nur Volts/DIV CH1 auf 200 mV DC einstellen.
- Alle Messwerte in die Tabelle 2 eintragen.

MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Tab. 1: Vorgegebene, gemessene und berechnete Größen für die Reihenschaltung, U_0 = 6 V, R_m =1 Ω.

C / µF	f / Hz	T / ms	X_{C0} / Ω	U_{m0} / mV	Δt / ms	I_0 / mA	Z_{S0} / Ω	φs
10,0	2000	0,5	8,0	56,9	0,006	56,9	105,4	4,3°
10,0	1000	1,0	15,9	56,7	0,026	56,7	105,8	9,4°
10,0	500	2,0	31,8	53,5	0,095	53,5	112,1	17,1°
10,0	200	5,0	79,6	42,8	0,500	42,8	140,2	36,0°
10,0	100	10,0	159,2	30,2	1,479	30,2	198,7	53,2°
10,0	50	20,0	318,3	17,9	3,689	17,9	335,2	66,4°
1,0	2000	0,5	79,6	45,8	0,055	45,8	131,0	39,6°
1,0	1000	1,0	159,2	31,1	0,157	31,1	192,9	56,5°
1,0	500	2,0	318,3	18,2	0,400	18,2	329,7	72,0°
1,0	200	5,0	795,8	7,0	1,153	7,0	857,1	83,0°
1,0	100	10,0	1591,5	4,1	2,517	4,1	1463,4	90,6°
0,1	2000	0,5	795,8	7,6	0,114	7,6	789,5	82,1°
0,1	1000	1,0	1591,5	3,8	0,229	3,8	1578,9	82,4°

Tab. 2: Vorgegebene, gemessene und berechnete Größen für die Parallelschaltung, U_0 = 6 V, R_m =1 Ω.

C / µF	f / Hz	T / ms	X_{C0} / Ω	U_{m0} / mV	Δt / ms	I_0 / mA	Z_{P0} / Ω	φ_P
10,0	2000	0,5	8,0	679,7	0,078	679,7	8,8	56,2
10,0	1000	1,0	15,9	360,9	0,194	360,9	16,6	69,8
10,0	500	2,0	31,8	190,9	0,359	190,9	31,4	64,6
10,0	200	5,0	79,6	96,4	0,507	96,4	62,2	36,5
10,0	100	10,0	159,2	71,1	0,826	71,1	84,4	29,7
10,0	50	20,0	318,3	62,5	0,893	62,5	96,0	16,1
1,0	2000	0,5	79,6	93,1	0,069	93,1	64,4	49,7
1,0	1000	1,0	159,2	70,2	0,081	70,2	85,5	29,2
1,0	500	2,0	318,3	61,5	0,086	61,5	97,6	15,5
1,0	200	5,0	795,8	59,2	0,073	59,2	101,4	5,3
1,0	100	10,0	1591,5	58,6	0,069	58,6	102,4	2,5
0,1	2000	0,5	795,8	60,1	0,010	60,1	99,8	7,2
0,1	1000	1,0	1591,5	58,2	0,010	58,2	103,1	3,6

- Den Betrag des kapazitiven Widerstands gemäß $X_{C0} = 1 / (2 \cdot \pi \cdot f \cdot C)$ berechnen (s. Gleichung 1) und die Werte in die Tabellen 1 und 2 eintragen.
- Aus den Werten für U_{m0} (Tab. 1, 2) und R_m (1 Ω) gemäß $I_0 = U_{m0} / R_m$ die Amplitude des Stroms berechnen und die Werte in die Tabellen 1 und 2 eintragen.
- Die Beträge Z_{S0} bzw. Z_{P0} des Gesamtwiderstandes gemäß $Z_0 = U_0 / I_0$ (U_0 = 6 V) berechnen und die Werte in die Tabelle 3 eintragen.
- Aus den Werten für die Periodendauer T und die Zeitdifferenz Δt (Tab. 1, 2) gemäß $\varphi = 360° \cdot \Delta t / T$ die Phasenverschiebung berechnen und die Werte in die Tabellen 1 und 2 eintragen.
- Die Beträge Z_{S0} bzw. Z_{P0} des Gesamtwiderstandes und die Phasenverschiebungen φ_S bzw. φ_P für die Reihen- und die Parallelschaltung in Abhängigkeit von X_{C0} graphisch auftragen (Fig. 4 – 7).
- Die Beträge Z_{S0} bzw. Z_{P0} des Gesamtwiderstandes und die Phasenverschiebungen φ_S bzw. φ_P gemäß der Gleichungen (5) für die Reihenschaltung und (6) für die Parallelschaltung theoretisch berechnen,

$$(9) \quad Z_{S0} = \sqrt{R^2 + X_{C0}^{\ 2}}\ , \ \varphi_S = \arctan\left(-\frac{X_{C0}}{R}\right)$$

$$(10) \quad Z_{P0} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_{C0}^{\ 2}}}}\ , \ \varphi_P = \arctan\left(-\frac{R}{X_{C0}}\right),$$

und als durchgezogene Linien in Fig. 4 – 7 einzeichnen.

Fazit

Bei kleinen Frequenzen nimmt die Reihenschaltung den Wert des kapazitiven Widerstandes und die Parallelschaltung den Wert des ohmschen Widerstandes an. Die Phasenverschiebung liegt zwischen 0° und -90° und beträgt -45°, wenn ohmscher und kapazitiver Widerstand gleich sind.

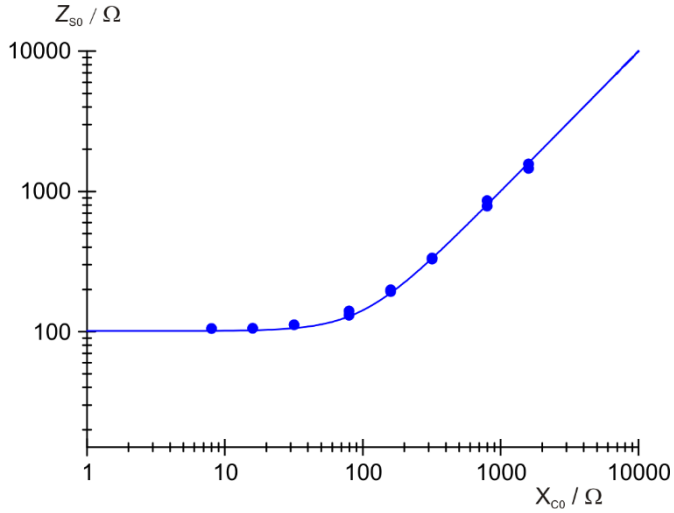

Fig. 4: Gesamtwiderstand bei Reihenschaltung.

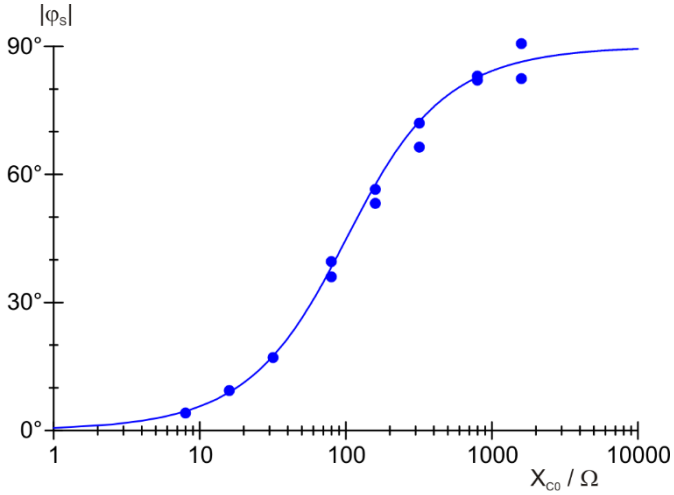

Fig. 5: Phasenverschiebung bei Reihenschaltung.

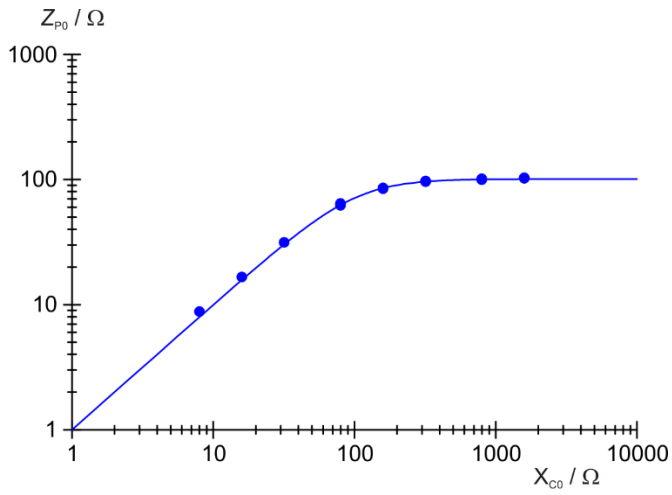

Fig. 6: Gesamtwiderstand bei Parallelschaltung.

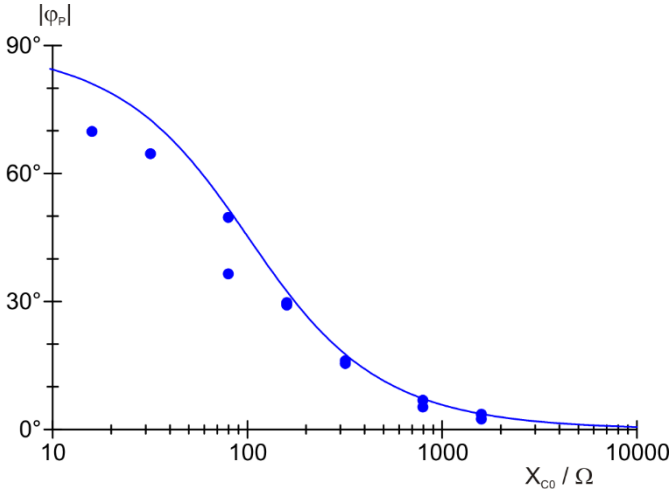

Fig. 7: Phasenverschiebung bei Parallelschaltung.

© Copyright 2018 3B Scientific GmbH